Департамент образования администрации Владимирской области

Государственное образовательное учреждение
Владимирской области
«Центр экспертизы образовательной деятельности и обработки информации единого государственного экзамена (ЕГЭ)»

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ПОДГОТОВКЕ К ЕДИНОМУ ГОСУДАРСТВЕННОМУ ЭКЗАМЕНУ (ЕГЭ) ПО МАТЕМАТИКЕ

Владимир
2010

Составители:

Сидорова И.В., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры алгебры и теории чисел, декан физико-математического факультета ВГГУ;

Антонова Е.И., кандидат педагогических наук, заведующая кафедрой естественно-математического и географического образования ВИПКРО;

Жукова А.А., кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа ВГГУ

Ответственный редактор:

Бирюкова Г.В., директор Государственного учреждения Владимирской области «Центр экспертизы образовательной деятельности и обработки информации единого государственного экзамена (ЕГЭ)».

Сборник содержит методические рекомендации по подготовке к единому государственному экзамену (ЕГЭ) по математике.

Часть I включает нормативно-правовые основы проведения единого государственного экзамена, структуру экзаменационной работы по математике единого государственного экзамена 2010 г., раскрывает критерии оценивания заданий высокого уровня сложности с развернутым ответом. В части II представлены методические рекомендации по решению заданий вариантов КИМ 2010 года, описаны приемы и подходы к выполнению заданий.

В пособии приведен расширенный список литературы, который педагоги могут использовать для организации и проведения текущего и итогового контроля качества знаний учащихся в период подготовки их к итоговой аттестации в форме ЕГЭ.

В приложениях предложен обобщенный план контрольных измерительных материалов ЕГЭ по математике, а также содержатся рекомендации учителям по подготовке учащихся к выполнению геометрических заданий и советы школьникам к выполнению экзаменационной работы в форме ЕГЭ.

Пособие предназначено для учителей математики, методистов, работников системы повышения квалификации, студентов педагогических вузов, учащихся старших классов.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Единый государственный экзамен по математике не только осуществляет контроль за качеством обучения школьников, полученными ими знаниями, выработанными умениями и навыками, сформированными компетенциями. Содержание и форма проведения экзамена задают ориентиры всего математического образования, влияют на отбор содержания, выбор форм и методов обучения.

Во Владимирской области ЕГЭ по математике проходит с 2006 года как экзамен по выбору. В 2008 году итоговую аттестацию по математике в форме и по материалам ЕГЭ выполняли в обязательном порядке все выпускники 11-х классов дневных общеобразовательных учреждений области. С 2009 года Единый государственный экзамен (ЕГЭ) является единственной формой итоговой государственной аттестацией в школе для всех выпускников школ Российской Федерации.

Структура контрольно-измерительных материалов ЕГЭ-2010 по математике изменилась по сравнению с 2001-2009 гг., см. подробнее Спецификацию КИМ, www.fipi.ru/view/sections/211/docs/471.html.

Предлагаемый сборник дает представление об особенностях проведения ЕГЭ по математике в 2010 году. В сборнике содержатся ответы и подробные решения КИМ, предлагаемые учащимся на экзамене в июне-июле 2010 года, а также представлены критерии оценивания заданий высокого уровня сложности с развернутым ответом.

Полученная в ходе ЕГЭ информация о результатах сдачи экзамена выпускниками общеобразовательных учреждений позволяет проанализировать различные стороны математической подготовки выпускников, которые приняли участие в ЕГЭ, и на этой основе выявить сильные и слабые стороны преподавания математики, выявить причины полученных результатов и наметить пути совершенствования образовательного процесса с целью повышения его качества.

Сдача экзамена в форме ЕГЭ требует от учащихся обширных знаний по всему школьному курсу математики. Все разделы математики, изучаемой в школе, занимают определённое место в контрольно-измерительных материалах ЕГЭ, поэтому необходима целенаправленная и систематическая подготовка учащихся к экзамену.

К экзамену можно готовиться по учебникам, входящим в Федеральный перечень учебников, рекомендованных (допущенных) Министерством образования и науки Российской Федерации, а также по пособиям, рекомендованным федеральными и региональными органами образования для подготовки к единому государственному экзамену. Перечень учебников размещён на сайте Министерства образования и науки Российской Федерации (www.edu.ru) в разделе «Документы министерства».

Ежегодно, данные издания пополняются и изменяются, в связи с изменениями контрольно-измерительных материалов для проведения государственной (итоговой) аттестации по математике как за курс средней (полной) школы.

Для проведения тематического и итогового контроля за качеством математической подготовки учащихся, необходимо использовать как традиционные формы контроля – контрольные работы, а также новые формы контроля – тестирование и задания с развернутым решением (см. Демонстрационные варианты по математике, размещенные на сайте www.fipi.ru).

Учителя школ могут использовать представленные в данном сборнике материалы (тестовые задания) на этапе обобщения изученного материала и его повторения для выявления уровня подготовленности учащихся по предмету, их готовности к государственной итоговой аттестации в форме ЕГЭ.

ЧАСТЬ I
СТРУКТУРА КОНТРОЛЬНЫХ ИЗМЕРИТЕЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ ЕГЭ ПО МАТЕМАТИКЕ 2010 ГОДА

1.1. Нормативно-правовые основы проведения ЕГЭ

Итоговая аттестация обучающихся, освоивших основные общеобразовательные программы среднего (полного) общего образования в 2009–2010 учебном году проведена в соответствии с Положением о формах и порядке проведения государственной (итоговой) аттестации обучающихся, освоивших основные общеобразовательные программы среднего (полного) общего образования утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 28 ноября 2008 г. № 362 (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 13 января 2009 г., регистрационный № 13065. Российская газета, 2009, № 15) (с изменением, внесенным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 30 января 2009г. № 16 (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 20 марта 2009 г., регистрационный № 13559. Российская газета, 2009, № 54), и Порядком проведения государственного выпускного экзамена, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 3 марта 2009 г. № 70 (зарегистрирован Министерством юстиции Российской Федерации 7 апреля 2009 г., регистрационный № 13691 (Российская газета, 2009, № 73).

1.2. Спецификация экзаменационной работы по математике единого государственного экзамена 2010 года
1. Преамбула

Представленная модель экзаменационной работы по математике (кодификаторы элементов содержания и требований к уровню подготовки выпускников, спецификация, демонстрационный вариант контрольных измерительных материалов и система оценивания экзаменационной работы) предназначена для использования в качестве комплекта нормативных документов, регламентирующих разработку контрольных измерительных материалов ЕГЭ по математике в 2010 г., и имеет некоторые отличия от моделей предыдущих лет.

В соответствии с нормативными документами 2009 г., результат выполнения экзаменационной работы ЕГЭ не влияет на аттестационную отметку выпускника. По результатам ЕГЭ устанавливается только пороговый балл, достижение которого необходимо для получения аттестата о среднем (полном) общем образовании. В этих условиях в экзаменационную работу 2010 г. включена группа заданий, выполнение которых свидетельствует о наличии у выпускника общематематических навыков, необходимых человеку в современном обществе. Задания этой группы проверяют базовые вычислительные и логические умения и навыки, умение анализировать информацию, представленную в графиках и таблицах, ориентироваться в простейших геометрических конструкциях.

В экзаменационную работу не включены задания с выбором ответа, что отвечает существующим традициям преподавания математики в российской школе и позволяет качественно проверить усвоение математических знаний, умений и навыков на базовом уровне. По сравнению с предыдущими моделями экзаменационной работы общее число заданий уменьшено. В то же время, число заданий с кратким и с развернутым ответом увеличено.

В целях более эффективного отбора выпускников для продолжения образования в высших учебных заведениях с различными требованиями к уровню математической подготовки учащихся, расширена вторая часть работы, состоящая из заданий с развернутым ответом. Задания этой части предназначены для проверки знаний на том уровне требований, который традиционно предъявляется вузами с профильным экзаменом по математике. Последние два задания второй части предназначены для конкурсного отбора в вузы с повышенными требованиями к математической подготовке абитуриентов.

Значительно изменена по сравнению с предыдущими моделями система оценивания заданий с развернутым ответом. Новая система, продолжающая традиции выпускных и вступительных экзаменов по математике, основывается на следующих принципах.

1. Возможны различные способы решения и записи развернутого ответа. Главное требование – решение должно быть математически грамотным, из него должен быть понятен ход рассуждений автора работы, в остальном (метод, форма записи) решение может быть произвольным. Полнота и обоснованность рассуждений оцениваются независимо от выбранного метода решения.

2. При решении задачи можно использовать без доказательств и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, допущенных или рекомендованных Министерством образования и науки РФ.

Настоящая модель экзаменационной работы разработана в предположении, что варианты ЕГЭ могут формироваться с использованием открытого банка заданий, доступного школьникам, учителям и родителям.

Экзаменационные задания разрабатываются на основе Федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования. Тексты заданий предлагаемой модели экзаменационной работы в целом соответствуют формулировкам, принятым в учебниках и учебных пособиях, включенных в Федеральный перечень.

2. Назначение контрольных измерительных материалов

Контрольные измерительные материалы позволяют установить уровень освоения выпускниками федерального компонента государственного образовательного стандарта среднего (полного) общего образования.

Результаты единого государственного экзамена по математике признаются общеобразовательными учреждениями, в которых реализуются образовательные программы среднего (полного) общего образования, как результаты государственной (итоговой) аттестации, а образовательными учреждениями среднего профессионального образования и образовательными учреждениями высшего профессионального образования как результаты вступительных испытаний по математике.

3. Документы, определяющие нормативно-правовую базу экзаменационной работы

Содержание экзаменационной работы определяется на основе Федерального компонента государственного стандарта основного общего и среднего (полного) общего образования (приказ Минобразования России «Об утверждении федерального компонента государственных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования» от 05.03.2004 г. № 1089).

4. Характеристика структуры и содержания экзаменационной работы

Экзаменационная работа состоит из двух частей, которые различаются по содержанию, сложности и числу заданий. Определяющим признаком каждой части работы является форма заданий:

- Часть 1 содержит задания с кратким ответом;
- Часть 2 содержит задания с развернутым ответом.

Задания с кратким ответом Части 1 экзаменационной работы предназначены для определения математических компетентностей выпускников образовательных учреждений, реализующих программы среднего (полного) общего образования на базовом уровне.

Задание с кратким ответом считается выполненным, если верный ответ зафиксирован в бланке ответов №1 в той форме, которая предусмотрена инструкцией по выполнению задания. Ответом на задания Части 1 является целое число или конечная десятичная дробь.

Часть 2 включает 6 заданий с развернутым ответом, в числе которых 4 задания повышенного и 2 задания высокого уровня сложности, предназначенные для более точной дифференциации абитуриентов вузов.

В заданиях с развернутым ответом Части 2 экзаменационной работ должно быть записано полное обоснованное решение задачи и ответ в бланке ответов №2.

В таблице приведена структура экзаменационной работы.

Структура вариантов КИМ 2010 г.

	Часть 1	Часть 2
Число заданий - **18**	12	6
Тип заданий и форма ответа	**В 1-В 12** с кратким ответом в виде целого числа или конечной десятичной дроби	**С 1-С 6** с развернутым ответом (полная запись решения с обоснованием выполненных действий)
Уровень сложности	**Базовый**	**Повышенный и высокий**
Проверяемый учебный материал	1) Математика 5-6 классов 2) Алгебра 7-9 классов 3) Алгебра и начала анализа 10-11 классов 4) Геометрия 7-11 классов	1. Алгебра 7-9 классов 2. Алгебра и начала анализа 10-11 классов 3. Геометрия 7-11 классов

5. Распределение заданий экзаменационной работы по содержанию, проверяемым умениям и видам деятельности

В работе проверяются основные элементы содержания, изученные в курсе математики средней (полной) школы: вычисления и преобразования числовых и буквенных выражений, уравнения и неравенства, числовые функции и последовательности, геометрические величины и их свойства.

В 2010 г. не предполагается включение в работу заданий по разделу «Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей». Однако могут быть включены задания, предполагающие анализ данных, представленных в табличной или графической форме.

В таблице показано распределение заданий экзаменационной работы по содержательным блокам курса математики.

Распределение заданий по содержательным блокам учебного предмета

Содержательные блоки по кодификатору КЭС	Число заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за задания данного блока содержания от максимального первичного балла за всю работу, равного 30
Алгебра	4	7	23,33%
Уравнения и неравенства	5	11	36,67%
Функции	2	2	6,67%
Начала математического анализа	2	2	6,67%
Геометрия	5	8	26,67%
Итого:	**18**	**30**	**100%**

Содержание и структура экзаменационной работы дают возможность достаточно полно проверить комплекс умений по предмету:

- уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни;
- уметь выполнять вычисления и преобразования;
- уметь решать уравнения и неравенства;
- уметь выполнять действия с функциями;
- уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами;
- уметь строить и исследовать математические модели.

В таблице представлено распределение заданий экзаменационной работы по проверяемым умениям и видам деятельности.

Распределение заданий по проверяемым умениям и видам деятельности

Проверяемые умения и виды деятельности (по кодификатору КТ)	**Число заданий**	**Максимальный первичный балл**	**Процент максимального первичного балла за задания данного блока содержания от максимального первичного балла за всю работу, равного 30**
Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	4	4	13,33%
Уметь выполнять вычисления и преобразования	1	1	3,33%
Уметь решать уравнения и неравенства	4	10	33,33%
Уметь выполнять действия с функциями	2	2	6,67%
Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	5	8	26,67%
Уметь строить и исследовать математические модели	2	5	16,67%
Итого:	**18**	**30**	**100%**

6. Распределение заданий работы по уровню сложности

Часть 1 содержит 12 заданий базового уровня (В 1-В 12). Часть 2 содержит 4 задания повышенного уровня (С 1-С 4) и 2 задания высокого уровня сложности (С 5, С 6).

В таблице представлено распределение заданий экзаменационной работы по уровню сложности.

Распределение заданий по уровню сложности

Проверяемые умения и виды деятельности (по кодификатору КТ)	Число заданий	Максимальный первичный балл	Процент максимального первичного балла за задания данного блока содержания от максимального первичного балла за всю работу, равного 30
Базовый	12	12	40,00%
Повышенный	4	10	33,33%
Высокий	2	8	26,67%
Итого:	**18**	**30**	**100%**

7. Время выполнения работы

На выполнение экзаменационной работы отводится 4 часа (240 мин.).

8. Дополнительные материалы и оборудование

Справочные материалы выдаются вместе с текстом экзаменационной работы. При выполнении заданий разрешается пользоваться линейкой.

9. Система оценивания отдельных заданий и работы в целом

Правильное решение каждого из заданий В 1-В 12 Части 1 оценивается 1 баллом. Задание считается выполненным верно, если экзаменуемый дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Задания Части 2 оцениваются от 2 до 4 баллов. Полное правильное решение каждого из заданий С 1 и С 2 оценивается 2 баллами, каждого из заданий С 3 и С 4 – 3 баллами, каждого из заданий С 5 и С 6 – 4 баллами.

Проверка выполнения заданий Части 2 проводится экспертами на основе специально разработанной системы критериев.

Максимально возможный балл за всю работу – 30.

10.Минимальное количество баллов ЕГЭ

Спецификация экзаменационной работы разработана исходя из того, что верное выполнение не менее чем пяти заданий экзамена отвечает минимальному уровню подготовки, подтверждающему освоение выпускником основных общеобразовательных программ общего (полного) среднего образования. Конкретное значение минимального тестового балла, подтверждающего освоение выпускником основных общеобразовательных программ общего (полного) среднего образования определяется Рособрнадзором в установленном порядке.

11.Рекомендации по подготовке к экзамену

К экзамену можно готовиться по учебникам, входящим в Федеральный перечень учебников, рекомендованных (допущенных) Министерством образования и науки Российской Федерации, а также по пособиям, рекомендованным федеральными и региональными органами образования для подготовки к единому государственному экзамену.

12.План экзаменационной работы 2010 года

Содержание экзаменационной работы по математике отражено в обобщенном плане работы, который дан в Приложении 1.

На основе обобщенного плана экзаменационной работы формируются планы для отдельных вариантов экзаменационных КИМ.

13.Условия проведения экзамена (требования к специалистам)

На экзамене в аудиторию не допускаются учителя и методисты по математике и лица с математическим и инженерно-техническим образованием. Использование единой инструкции по проведению экзамена позволяет обеспечить соблюдение единых условий без привлечения лиц со специальным математическим образованием.

Проверку экзаменационных работ (заданий с развернутым ответом) осуществляют эксперты, прошедшие специальную подготовку по оценке выполнения заданий. Эта проверка проводится в соответствии с методическими рекомендациями по оцениванию заданий с развернутым ответом, подготовленными ФИПИ.

14.Изменения в структуре и содержании экзаменационной работы 2010 г. по сравнению с 2009 г.

В структуру и содержание экзаменационной работы внесены следующие изменения:

1) общее число заданий уменьшено до 18;

2) число частей работы уменьшено до двух;

3) исключены задания с выбором ответа;

4) добавлены задания на проверку общематематических компетенций учащихся;

5) увеличено число заданий с полной записью решения;

6) увеличена доля заданий по геометрии.

Всего заданий – 18, из них по типу заданий: В 1- В 12 – с кратким ответом, С 1 – С 6 –с развернутым ответом; по уровню сложности: базовый – 12, повышенный – 4, высокий – 2. Максимальный первичный балл за всю работу - 30.

1.3. Критерии оценивания заданий

Ответы на задания Части 1 с кратким ответом (В) автоматически обрабатываются после сканирования бланков ответов №1.

Задание с выбором ответа считается выполненным верно, если в «Бланке ответов № 1» отмечена цифра, которой обозначен верный ответ на данное задание. Задание с кратким ответом (в виде некоторого целого числа или конечной десятичной дроби) считается выполненным верно, если в «Бланке ответов № 1» записано именно это число. За верное выполнение задания с выбором ответа и задания с кратким ответом выставляется 1 балл. Ответы к заданиям с развернутым ответом, включенным в Части 2, проверяются экспертной комиссией, в состав которой входят работники вузов, методисты и опытные учителя.

Однозначность и объективность оценки выполнения заданий с развернутым ответом обеспечивается соответствующими рекомендациями для экспертов. Для этого разработаны общие критерии оценки их выполнения. Затем на их основе для каждого задания, которое включается в варианты КИМ, разрабатываются конкретные критерии, оценивающие полноту и правильность ответа именно на данное задание. В зависимости от полноты и правильности ответа за выполнение задания повышенного уровня с развернутым ответом С 1 и С 2 выставляется от 0 до 2 баллов, С 3 и С 4 от 0 до 3 баллов, за задания высокого уровня – от 0 до 4 баллов.

Таким образом, за верное выполнение всех заданий работы можно максимально получить 30 первичных баллов (12 заданий из Части 1 – 12 баллов, 6 заданий Части 2 – 18 баллов).

Тестовый балл_– оценка общей математической подготовки, которая подсчитывается по 100-балльной шкале на основе первичных баллов, выставленных за выполнение всех заданий работы. Эта оценка проставляется в свидетельство о результатах сдачи ЕГЭ.

1.4. Подходы к проверке и оценке заданий высокого уровня сложности с развернутым ответом

Структура контрольно-измерительных материалов ЕГЭ-2010 по математике изменилась по сравнению с 2001-2009 гг., см. выше Спецификацию КИМ (www.fipi.ru/view/sections/211/docs/471.html).

Кратко перечислим основные параметры этих изменений, которые относятся к проверке выполнения заданий с развернутым ответом экзаменационных работ ЕГЭ 2010 года.

Во-первых, вместо 5 заданий с развернутым ответом среди полного набора из 26 заданий в каждом варианте, как это было в последние годы, в вариантах ЕГЭ 2010 будет по 6 заданий с развернутым ответом, а всего в варианте будет 18 заданий. При этом каждый вариант теперь состоит не из трех, а из двух частей и не содержит заданий с выбором ответа. Тем самым, набор заданий с развернутым ответом изменен и количественно, и качественно, и занимает новое положение в структуре всей работы.

Во-вторых, изменения коснулись шкалы оценивания заданий с развернутым ответом. Выполнение каждого из двух первых заданий С 1 и С 2 оценивается в 0 баллов, 1 балл или 2 балла. За выполнение каждого из двух следующих заданий С 3 и С 4 учащийся может получить оценку от 0 до 3 баллов. Выполнение заданий С 5 и С 6 оценивается от 0 до 4 баллов.

Напомним при этом, что шкалы оценивания заданий с развернутым ответом в 2005-2009 гг. были существенно смещены к своей верхней границе. Например, для заданий С 1 и С 2 оценка в 1 балл ставилась только за практически полное и верное решение и отличалась от 2 баллов наличием лишь небольших неточностей. Аналогично, 3 балла для заданий С 3-С 5 отличались от 4 баллов только вычислительными ошибками на последних этапах выполнения заданий. В 2010 году шкала оценивания имела тенденцию к более равномерному распределению баллов в зависимости от продвижений учащихся в решении задачи.

В-третьих, предложен новый подход не только к формальной шкале оценивания, но и к самим критериям оценивания заданий с развернутым ответом. Напомним, что в 2001-2009 гг. членам региональных предметных комиссий для оценивания работ учащихся предлагались общие критерии и конкретизированные критерии. По мнению разработчиков КИМ ЕГЭ 2010, общие критерии предыдущих лет были слишком общими: они были составлены для проверки любого решения вообще любой задачи по математике и при применении их к конкретным решениям конкретных учащихся возникали различные несостыковки. В свою очередь, конкретизированные критерии были излишне конкретизированными: они относились лишь к единственному способу решения конкретной задачи, указанному разработчиками и в заметном числе случаев была неясна их применимость к другим способам решения той же самой задачи. Кроме того, текст критериев (к каждой из задач С 3-С 5) занимал около страницы текста, и понимание самих критериев требовало заметного времени у эксперта.

При разработке критериев для проверки работ учащихся в 2010 г. был выбран в некоторый промежуточный вариант. Пара (общие критерии; конкретизированные критерии) была заменена на один вид критериев, которые в определенном смысле одновременно являются и конкретными, и общими. А именно, для каждого конкретного типа из заданий С 1-С 6 ЕГЭ 2010 были составлены общие критерии проверки, не зависящие ни от тематической интерпретации задания в том или ином варианте КИМ, ни от способа решения, выбранного выпускником. Объем каждого из критериев составляет не более трети страницы текста.

ЧАСТЬ II
МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РЕШЕНИЮ ЗАДАНИЙ КИМов

2.1. Вариант экзаменационной работы (июнь 2010 года)

Часть 1

*Ответом на задания **В 1 – В 12** должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

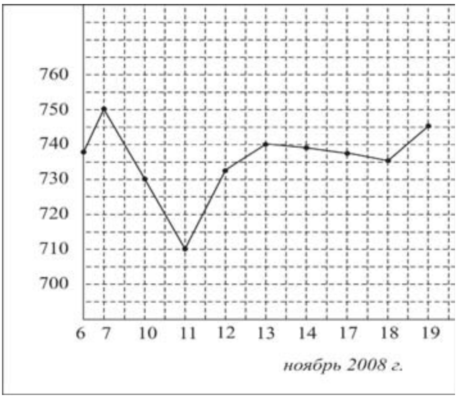
В 1 Тетрадь стоит 40 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 450 рублей после понижения цены на 15%?

Решение:

Пусть x рублей – цена тетради после понижения цены. Первоначальную цену тетради в 40 рублей примем за 100%. Тогда после понижения на 15% цена тетради соответствует 85%. Таким образом, 40 рублей – это 100%, а x рублей – это 85%. Запишем пропорцию $\frac{40}{x}=\frac{100}{85}$. Согласно основному свойству пропорции $40\cdot 85=100x \Leftrightarrow x=\frac{40\cdot 85}{100} \Leftrightarrow x=\frac{4\cdot 85}{10} \Leftrightarrow x=2\cdot 17 \Leftrightarrow x=34$. После понижения, цена тетради стала 34 рублей. На 450 рублей можно купить 12 тетрадей, так как $450:34=\frac{450}{34}=\frac{225}{17}=12\frac{21}{17}$.

Ответ: 12.

В 2 На рисунке жирными точками показана цена золота на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 6 по 19 ноября 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – цена унции золота в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену золота на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за унцию).



Решение:

Цена унции золота в долларах США указана на вертикальной оси. Из точек, отмеченных на графике, выберем ту, которая расположена ниже всех, т.е. имеющую наименьшую цену. Она равна 710 долларов США.

Ответ: 710.

В 3 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-12} = \frac{1}{4}$.

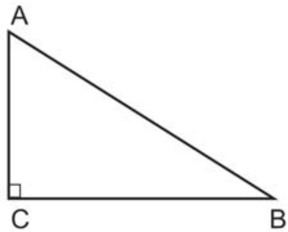
Решение:

Представим дробь $\frac{1}{4}$, как $\left(\frac{1}{2}\right)^2$ и воспользуемся монотонностью показательной функции: если $a^u = a^v$, то $u = v$, и получим $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-12} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \Leftrightarrow x - 12 = 2 \Leftrightarrow x = 14$.

Ответ: 14.

В 4 В треугольнике ABC угол C равен 90^0, $AB = 30$, $AC = 24$. Найдите $\sin A$.

Решение:



1.По определению синуса угла в прямоугольном треугольнике $\sin\angle A = \frac{BC}{AB}$.

2.По теореме Пифагора: $AB^2 = AC^2 + BC^2 \Leftrightarrow$ $BC^2 = AB^2 - AC^2$,

$BC^2 = 30^2 - 24^2 = (30-24)(30+24) = 6 \cdot 54 = 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3^3 =$
$= 2^2 \cdot 3^4 \Leftrightarrow BC = 2 \cdot 3^2 = 18$.

3. $\sin\angle A = \frac{18}{30} = \frac{6}{10} = 0{,}6$.

Ответ: 0,6.

В 5 Строительной фирме нужно приобрести 50 кубометров строительного бруса у одного из трех поставщиков. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую покупку с доставкой? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Цена бруса (рублей за 1 м^3)	Стоимость доставки (рублей)	Дополнительные условия
А	4100	10700	
Б	4500	8700	При заказе на сумму больше 150 000 рублей доставка бесплатно
В	4200	8700	При заказе на сумму больше 200 000 рублей доставка бесплатно

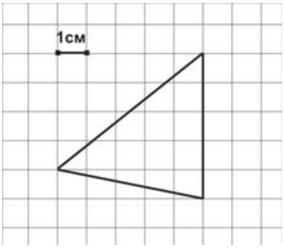
Решение:

Поставщику А за 50 кубометров строительного бруса строительная фирма заплатит $4100 \cdot 50 = 205000$ (рублей) и еще 10700 рублей за доставку, т.е. всего $205000 + 10700 = 215700$ (рублей).

Поставщику Б за тот же брус фирма отдаст $4500 \cdot 50 = 225000$ (рублей), причем доставка будет бесплатной, т.к. сумма заказа превышает 150000 рублей.

Поставщику В за 50 кубометров строительного бруса фирмой будет выплачено $4200 \cdot 50 = 210000$ (рублей) при бесплатной доставке, т.к. материал заказан на сумму более 200000 рублей.

Таким образом, самая дешевая покупка обойдется в 210000 рублей.



Ответ: 210000.

В 6 Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см $\times$ 1 см (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

Решение:

Площадь произвольного треугольника равна $S_{\Delta} = \frac{1}{2} a \cdot h_a$, где a – сторона треугольника, h_a – высота, проведенная к этой высоте. В качестве a выберем ту сторону изображенного на рисунке треугольника, которая совпадает с вертикальными линиями разметки клетчатой бумаги, тогда h_a – наибольший из отрезков линий горизонтальной разметки, целиком лежащих в треугольнике, т.е. $a = 5$, $h_a = 5$ и $S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5 = \frac{25}{2} = 12{,}5$ (см^2).

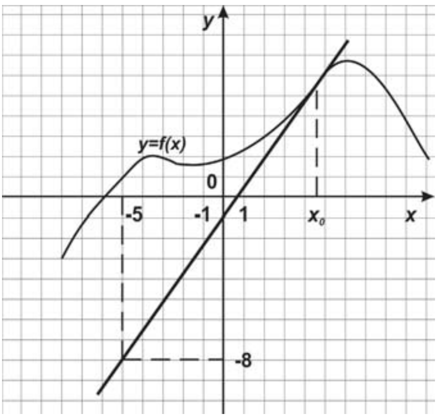
Ответ: 12,5.

В 7 Найдите значение выражения $3^{3+\log_3 5}$.

Решение:

Воспользуемся свойствами показательной функции $3^{3+\log_3 5} = 3^3 \cdot 3^{\log_3 5} = 27 \cdot 3^{\log_3 5}$.
Согласно основному логарифмическому тождеству $3^{\log_3 5} = 5$ и $27 \cdot 3^{\log_3 5} = 27 \cdot 5 = 135$.

Ответ: 135.



В 8 На рисунке изображены функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.

Решение:

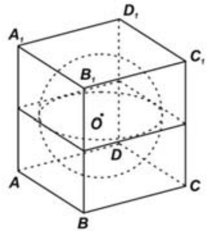
Геометрический смысл производной: значение производной в точке x_0 равен тангенсу угла наклона касательной к положительному направлению оси Ox, проведенной к графику функции в точке x_0, т.е. $f'(x_0) = tg\alpha$, где α угол между положительным направлением оси Ox и касательной. В нашем случае этот угол острый, значит, тангенс угла, а, следовательно, и производная будут положительными. Рассмотрим треугольник, образованный касательной, осью Oy и прямой $y = -8$. В этом треугольнике угол между касательной и прямой $y = -8$ является искомым. Тангенс угла в прямоугольном треугольнике – это отношение противолежащего катета к прилежащему катету, т.е. $tg\alpha = \frac{7}{5} = 1{,}4$.

Итак, $f'(x_0) = 1{,}4$.

Ответ: 1,4.

В 9 Прямой параллелепипед описан около сферы радиуса 5,5. Найдите его объем.

Решение:



Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений, т.е. $V = AB \cdot BC \cdot AA_1$. Так как прямоугольный параллелепипед описан около сферы, то все его ребра будут равны двум радиусам, т.е. $2 \cdot 5{,}5 = 11$.

Таким образом, $V = 11 \cdot 11 \cdot 11 = 121 \cdot 11 = 1331$ (куб.ед.).

Ответ: 1331.

В 10 Для одного из предприятий-монополистов зависимость объема спроса на продукцию q (единиц в месяц) от ее цены p (тыс. руб.) задается формулой: $q = 160 - 10p$. Определите максимальный уровень цены p (в тыс. руб.), при котором значение выручки предприятия за месяц $r = q \cdot p$ составит не менее 550 тыс. руб.

Решение:

Выручка предприятия за месяц r должна быть не менее 550 тыс. руб., т.е. $r \geq 550$. Величина выручки находится как $q \cdot p$, где q – объем спроса на продукцию, а p – ее цена. Зависимость объема спроса на продукцию от ее цены задается формулой $q = 160 - 10p$, т.е. $r = (160 - 10p) \cdot p$. Составим неравенство.

Неравенство.

По условию задачи $p > 0$

$$(160 - 10p) \cdot p \geq 550,$$
$$(16 - p) \cdot p \geq 55,$$
$$16p - p^2 \geq 55,$$
$$p^2 - 16p + 55 \leq 0.$$

Решим соответствующее квадратное уравнение

$$p^2 - 16p + 55 = 0,$$
$$D = 16^2 - 4 \cdot 1 \cdot 55 = 256 - 220 = 36,$$
$$p = \frac{16 \pm 6}{2}.$$

Следовательно, $p_1 = 5$ и $p_2 = 11$.

На числовой прямой отметим полученные значения величин p, и расставим знаки выражения, стоящего в левой части последнего неравенства.

Решением неравенства является множество точек из отрезка $[5;11]$.

Итак, для выполнения условий задачи цена продукции может изменяться в пределах от 5 до 11 тыс. руб. за единицу продукции. Таким образом, максимальная цена за единицу продукции составит 11 тыс. руб.

Ответ: 11.

В 11 Найдите наименьшее значение функции $y = 4tgx - 4x - \pi + 7$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$.

Решение:

Для нахождения наименьшего значения функции $y = 4tgx - 4x - \pi + 7$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$ найдем производную этой функции: $y' = \frac{4}{\cos^2 x} - 4$.

Выясним, при каких значениях x выполняется неравенство $y' = 0$:

$$\frac{4}{\cos^2 x} - 4 = 0,$$

$$\frac{1}{\cos^2 x} - 1 = 0,$$

$$\frac{1 - \cos^2 x}{\cos^2 x} = 0,$$

$$\begin{cases} 1 - \cos^2 x = 0 \\ \cos^2 x \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} \sin^2 x = 0 \\ \cos^2 x \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} \sin x = 0 \\ \cos x \neq 0 \end{cases},$$

$$\begin{cases} x = \pi n, n \in Z \\ x \neq \frac{\pi}{2} + \pi m, m \in Z. \end{cases}$$

Из всех полученных значений x выберем только те, которые лежат на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$. Это число $x = 0$. Найдем значение функции y в этой точке и на концах отрезка $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$:

$$y\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 4tg\left(-\frac{\pi}{4}\right) - 4\cdot\left(-\frac{\pi}{4}\right) - \pi + 7 = 4\cdot(-1) + \pi - \pi + 7 = -4 + 7 = 3,$$

$$y(0) = 4tg0 - 4\cdot 0 - \pi + 7 = 0 - 0 - \pi + 7 = 7 - \pi, \quad 7 - \pi > 3,$$

$$y\left(\frac{\pi}{4}\right) = 4tg\left(\frac{\pi}{4}\right) - 4\cdot\frac{\pi}{4} - \pi + 7 = 4\cdot 1 - \pi - \pi + 7 = 11 - 2\pi, \quad 11 - 2\pi > 3.$$

Очевидно, что наименьшее значение функции на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right]$ достигается в точке $x = 0$ и равно 3.

Ответ: 3.

В 12 Из пункта A в пункт B, расстояние между которыми 40 км, одновременно выехали мотоциклист и велосипедист. Известно, что за час мотоциклист проезжает на 30 км больше, чем велосипедист. Определите скорость велосипедиста, если известно, что он прибыл в пункт B на 3 часа позже мотоциклиста. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Пусть x км/ч – скорость велосипедиста, тогда $(x+30)$ км/ч – скорость мотоциклиста. Расстояние между пунктами A и B в 40 км велосипедист преодолеет за $\frac{40}{x}$ ч, а мотоциклист – за $\frac{40}{x+30}$ ч. Разность во времени прибытия в пункт B велосипедиста и мотоциклиста составит $\left(\frac{40}{x}-\frac{40}{x+30}\right)$ ч или 3 ч по условию задачи. Составим уравнение.

Уравнение.

По условию задачи $x>0$

$$\frac{40}{x}-\frac{40}{x+30}=3,$$

$$\frac{40(x+30)-40x}{x(x+30)}-3=0,$$

$$\frac{40x+1200-40x-3x(x+30)}{x(x+30)}=0,$$

$$\frac{1200-3x^2-90x}{x(x+30)}=0,$$

$$\frac{x^2+30x-400}{x(x+30)}=0,$$

$$\begin{cases} x^2+30x-400=0 \\ x(x+30)\neq 0. \end{cases}$$

Решениями второго уравнения системы являются $x\neq 0$ и $x\neq -30$. Решим первое уравнение системы:

$$x^2+30x-400=0,$$

$$D=30^2-4\cdot 1\cdot(-400)=900+1600=2500,$$

$$x=\frac{-30\pm 50}{2}.$$

Таким образом, исходное уравнение равносильно следующей системе

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=-40 \\ x=10 \end{array}\right. \\ x\neq 0 \\ x\neq -30 \end{cases}$$, а следовательно, совокупности условий $\left[\begin{array}{l} x=-40 \\ x=10 \end{array}\right.$.

Условию задачи $x>0$ удовлетворяет только $x=10$, поэтому скорость велосипедиста равна 10 км/ч.

Ответ: 10.

Часть 2

*Для записи решений и ответов задания **С 1–С 6** используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение.*

С 1 Решите систему уравнений $\begin{cases} y+\cos x=0, \\ \left(2\sqrt{\cos x}-1\right)\left(7y-6\right)=0. \end{cases}$

Решение:

Область допустимых значений данной системы задается единственным условием $\cos x\ge 0 \iff -\frac{\pi}{2}+2\pi n\le x\le\frac{\pi}{2}+2\pi n,\ n\in Z.$

Исходная система равносильна следующей совокупности:

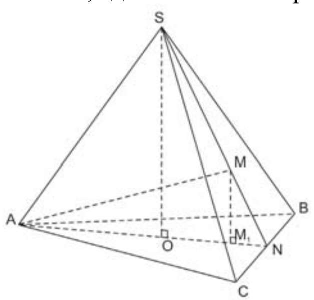
$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} y+\cos x=0 \\ 2\sqrt{\cos x}-1=0 \end{cases} \\ \begin{cases} y+\cos x=0 \\ 7y-6=0 \end{cases} \end{array}\right. \iff \left[\begin{array}{l} \begin{cases} \cos x\ge 0 \\ \cos x=\frac{1}{4} \\ y=-\cos x \end{cases} \\ \begin{cases} \cos x\ge 0 \\ \cos x=-y \\ y=\frac{6}{7} \end{cases} \end{array}\right. \iff \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=\pm\arccos\frac{1}{4}+2\pi k, k\in Z \\ y=-\frac{1}{4} \end{cases} \\ \varnothing \end{array}\right. \iff$$

$$\begin{cases} x=\pm\arccos\frac{1}{4}+2\pi k, k\in Z \\ y=-\frac{1}{4}. \end{cases}$$

Ответ: $\left(\pm\arccos\frac{1}{4}+2\pi k;-\frac{1}{4}\right),\ k\in \mathrm{Z}.$

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	**2**
Получен ответ, но решение неверно только из-за того, что не учтены ограничения на знак или величину выражения $\cos x$	**1**
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	**0**

С 2 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC известны ребра: $AB=8\sqrt{3}$, $SC=10$. Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой AM, где M – точка пересечения медиан грани SBC.



Решение:

1. Проведем в треугольнике BSC медиану SN. Тогда точка $M\in SN$.

2. По условию $SABC$ – правильная треугольная пирамида, высота которой SO такова, что $O\in AN$, где AN – медиана ΔABC, т.е. ON – проекция SN на плоскость ABC.

3. Опустим из точки $M\in SN$ перпендикуляр на плоскость ABC и получим точку M_1. Так как ON

– проекция SN на плоскость ABC, то M_1 принадлежит ON, т.е. $M_1 \in AN$. Таким образом, AM_1 – проекция AM на плоскость ABC и $\angle MAM_1$ – искомый.

4. Из ΔAM_1M, где $\angle AM_1M = 90^0$: $tg\angle MAM_1 = \frac{MM_1}{AM_1}$.

5. Из ΔANC, где $\angle ANC = 90^0$, $AC = 8\sqrt{3}$, $CN = 4\sqrt{3}$, по теореме Пифагора имеем: $AN^2 = AC^2 - CN^2$, $AN^2 = \left(8\sqrt{3}\right)^2 - \left(4\sqrt{3}\right)^2 = \left(4\sqrt{3}\right)^2 \cdot (2^2 - 1) = \left(4\sqrt{3}\right)^2 \cdot 3$, $AN = 4\sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 12$.

6. $SABC$ – правильная треугольная пирамида, следовательно, точка O является точкой пересечения медиан, биссектрис и высот ΔABC, поэтому $AO\colon ON = 2\colon 1$. Учитывая, что $AN = AO + ON = 12$, получаем, что $AO = 8$, $ON = 4$.

7. Из ΔSOA, где $\angle SOA = 90^0$, $AS = 10$, $AO = 8$, по теореме Пифагора имеем: $SO^2 = AS^2 - AO^2$, $SO^2 = 10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$, $SO = 6$.

8. $\Delta SON \backsim \Delta MM_1N$ по двум углам ($\angle SON = \angle MM_1N$, $\angle N$ – общий). Из подобия треугольников получаем, что $\frac{SO}{MM_1} = \frac{ON}{M_1N} = \frac{SN}{MN}$.

9. Точка M – точка пересечения медиан грани SBC, следовательно, $SM\colon MN = 2\colon 1$, т.е. $\frac{SN}{MN} = \frac{3}{1}$, тогда $\frac{SO}{MM_1} = \frac{ON}{M_1N} = \frac{3}{1}$ или $\frac{6}{MM_1} = \frac{4}{M_1N} = \frac{3}{1}$. Отсюда $MM_1 = 2$, $M_1N = \frac{4}{3}$.

10. $AM_1 = AN - M_1N$, $AM_1 = 12 - \frac{4}{3} = \frac{32}{3}$.

11. $tg\angle MAM_1 = 2\colon \frac{32}{3} = 2 \cdot \frac{3}{32} = \frac{3}{16}$, т.е. $\angle MAM_1 = arctg\,\frac{3}{16}$.

Ответ: $arctg\,\frac{3}{16}$.

Содержание критерия	**Баллы**
Обоснованно получен правильный ответ	**2**
Способ нахождения искомого угла верен, но получен неверный ответ или решение не закончено	**1**
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	**0**

С 3 Решите неравенство $\log_2\left(\left(7^{-x^2} - 5\right)\left(7^{-x^2+16} - 1\right)\right) + \log_2 \frac{7^{-x^2} - 5}{7^{-x^2+16} - 1} > \log_2\left(7^{3-x^2} - 3\right)^2$.

Решение:

Область допустимых значений данного неравенства определяется следующими условиями:

$$\begin{cases} \left(7^{-x^2} - 5\right)\left(7^{-x^2+16} - 1\right) > 0 \\ 7^{3-x^2} - 3 \neq 0 \\ 7^{-x^2+16} - 1 \neq 0. \end{cases}$$

Так как $0 < 7^{-x^2} \leq 1$ для любого значения x, то из первого неравенства системы получаем

$$\begin{cases} 7^{-x^2} - 5 < 0 \\ 7^{-x^2+16} - 1 < 0, \end{cases}$$

что равносильно условию $0 < 7^{-x^2} < \frac{1}{7^{16}}$.

Таким образом, имеем, что $0 < 7^{-x^2} < \frac{1}{7^{16}}$, а значит $7^{3-x^2} - 3 \neq 0$ и $7^{-x^2+16} - 1 \neq 0$. Кроме того, из условия $7^{-x^2+16} - 1 \neq 0$ имеем, что $x \neq \pm 4$.

Воспользуемся свойствами логарифма, преобразуя исходное неравенство к виду

$$\log_2 \frac{\left(7^{-x^2} - 5\right)\left(7^{-x^2+16} - 1\right) \cdot \left(7^{-x^2} - 5\right)}{\left(7^{-x^2+16} - 1\right)} > \log_2 \left(7^{3-x^2} - 3\right)^2,$$

$$\log_2 \left(7^{-x^2} - 5\right)^2 > \log_2 \left(7^{3-x^2} - 3\right)^2,$$

$$\left|7^{-x^2} - 5\right| > \left|7^{3-x^2} - 3\right|.$$

С учетом области допустимых значений последнее неравенство равносильно соотношению

$$5 - 7^{-x^2} > 3 - 7^{3-x^2} \Leftrightarrow 5 - 7^{-x^2} > 3 - 343 \cdot 7^{-x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} 342 \cdot 7^{-x^2} > -2 \\ 0 < 7^{-x^2} < \frac{1}{7^{16}} \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$0 < 7^{-x^2} < 7^{-16} \Leftrightarrow 7^{-x^2} < 7^{-16}.$$

Так как $7 > 1$, то $-x^2 < -16$, $x^2 > 16$, $(x-4)(x+4) > 0$. Корни соответствующего уравнения $x = 4$ и $x = -4$ отметим на числовой прямой и расставим знаки выражения, стоящего в левой части последнего неравенства.

Итак, решением исходного неравенства является множество $x \in (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$.

Ответ: $(-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	**3**
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного только конечным числом точек	**2**
Полученный ответ неверен, но решение содержит переход от исходного неравенства к верным рациональным неравенствам	**1**
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	**0**

С 4 В треугольнике ABC $AB = 7$, $BC = 3$, $CA = 5$. Точка D лежит на прямой BC так, что $BD : DC = 2 : 7$. Окружности, вписанные в каждый из треугольников ADC и ADB, касаются стороны AD в точках E и F. Найдите длину отрезка EF.

Решение:

Возможны два случая расположения отрезка AD: вне и внутри треугольника ABC.

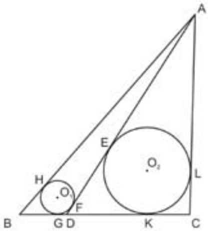


Рис. 1

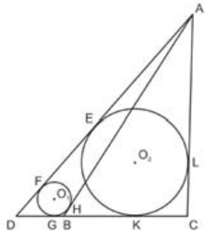


Рис. 2

1. Обозначим точки касания вписанных окружностей сторон треугольников ABD и ADC: стороны BD – точка G, $AB - H$, $DC - K$, $AC - L$.

2. Пусть O_1 и O_2 – центры вписанных окружностей.

3. Рассмотрим ΔAFO_1 и ΔAHO_1: AO_1 – общая, $FO_1 = O_1H$ как радиусы, $\angle AFO_1 = \angle AHO_1 = 90^0$ (O_1F и O_1H – радиусы вписанных окружностей). Следовательно, $\Delta AFO_1 = \Delta AHO_1$ по гипотенузе и катету.

4. Из равенства ΔAFO_1 и ΔAHO_1 следует, что $AF = AH$. Пусть $AF = AH = x$.

5. Рассмотрев пары равных треугольников и введя обозначения равных отрезков: $BH = BG = y$, $GD = DF = z$, $DK = DE = t$, $CK = CL = u$, $AL = AE = v$ можем записать, что

$$\begin{matrix} AB = AH + HB, \\ AB = x + y \end{matrix} \quad \Leftrightarrow \quad x + y = 7,$$

$$\begin{matrix} AC = AL + LC, \\ AC = v + u \end{matrix} \quad \Leftrightarrow \quad u + v = 5,$$

$$\begin{matrix} AD = AE + ED, & AD = AF + FD, \\ AD = v + t, & AD = x + z, \end{matrix} \quad \Leftrightarrow \quad x + z = v + t,$$

$$\begin{matrix} BD = BG + GD, & DC = DK + KC, \\ BD = y + z, & DC = t + u, \end{matrix}$$

кроме того, искомый отрезок EF может быть найден, как $DE - DF$, т.е. $EF = t - z$.

6. В случае, когда отрезок AD находится внутри ΔABC (рис. 1) можно записать следующую систему уравнений

$$\begin{cases} BD + DC = 3, \\ BD{:}DC = 2{:}7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} BD = \dfrac{2}{7}DC, \\ \dfrac{2}{7}DC + DC = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BD = \dfrac{2}{7}DC, \\ \dfrac{9}{7}DC = 3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} DC = \dfrac{7}{3}, \\ BD = \dfrac{2}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t + u = \dfrac{7}{3}, \\ y + z = \dfrac{2}{3}. \end{cases}$$

Составим систему уравнений, связывающую все введенные переменные, из которой выразим $t-z$

$$\begin{cases} x+y=7, \\ u+v=5, \\ v+t=x+z, \\ y+z=\dfrac{2}{3}, \\ t+u=\dfrac{7}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=7, \\ u+v=5, \\ t-z=x-v, \\ t+u-y-z=\dfrac{5}{3} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=7, \\ u+v=5, \\ t-z=x-v, \\ t-z=\dfrac{5}{3}-u+y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x+y=7, \\ u+v=5, \\ 2(t-z)=\dfrac{5}{3}-u+y+x-v \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=7, \\ u+v=5, \\ 2(t-z)=\dfrac{5}{3}+(x+y)-(u+v) \end{cases} \Rightarrow$$

$$2(t-z)=\frac{5}{3}+7-5 \quad \Rightarrow \quad 2(t-z)=\frac{11}{3} \quad \Rightarrow \quad t-z=\frac{11}{6}.$$

Итак, в случае, когда отрезок AD находится внутри ΔABC отрезок $EF=\frac{11}{6}$.

7. В случае, когда отрезок AD расположен вне ΔABC (рис. 2) система уравнений будет уже другой

$$\begin{cases} DC-BD=3, \\ BD:DC=2:7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} BD=\dfrac{2}{7}DC, \\ DC-\dfrac{2}{7}DC=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} BD=\dfrac{2}{7}DC, \\ \dfrac{5}{7}DC=3 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} DC=\dfrac{21}{5}, \\ BD=\dfrac{6}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t+u=\dfrac{21}{5}, \\ y+z=\dfrac{6}{5}. \end{cases}$$

Вновь составим систему уравнений, связывающую переменные x, y, z, t, u, v, и выразим разность $t-z$

$$\begin{cases} x+y=7, \\ u+v=5, \\ v+t=x+z, \\ y+z=\dfrac{6}{5}, \\ t+u=\dfrac{21}{5} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=7, \\ u+v=5, \\ t-z=x-v, \\ t+u-y-z=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=7, \\ u+v=5, \\ t-z=x-v, \\ t-z=3-u+y \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} x+y=7, \\ u+v=5, \\ 2(t-z)=3-u+y+x-v \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+y=7, \\ u+v=5, \\ 2(t-z)=3+(x+y)-(u+v) \end{cases} \Rightarrow$$

$$2(t-z)=3+7-5 \quad \Rightarrow \quad 2(t-z)=5 \quad \Rightarrow \quad t-z=\frac{5}{2}.$$

Таким образом, во втором случае, когда отрезок AD находится вне ΔABC отрезок $EF=\frac{5}{2}$.

Ответ: $\frac{5}{2}$ *или* $\frac{11}{6}$.

Содержание критерия	Баллы
Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации и получен правильный ответ	**3**
Рассмотрена хотя бы одна возможная конфигурация, для которой получено правильное значение искомой величины	**2**
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	**1**
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	**0**

С 5 Найдите все значения a, при каждом из которых функция $f(x)=x^2-|x-a^2|-5x$ имеет более двух точек экстремума.

Приведём авторское решение данной задачи:

1. Функция f имеет вид:

а) при $x \geq a^2$: $f(x)=x^2-6x+a^2$, поэтому ее график есть часть параболы с ветвями, направленными вверх, и осью симметрии $x=3$;

б) при $x \leq a^2$: $f(x)=x^2-4x-a^2$, поэтому ее график есть часть параболы с ветвями, направленными вверх, и осью симметрии $x=2$.

Все возможные виды графика функции $f(x)$ показаны на рисунках:

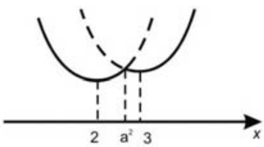


Рис. 1

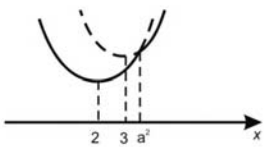


Рис. 2

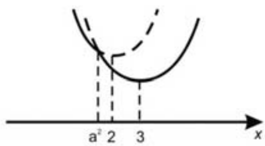


Рис. 3

2. Графики обеих функций проходят через точку $(a^2; f(a^2))$.

3. Функция $y=f(x)$ имеет три точки экстремума в единственном случае (рис. 1): $2<a^2<3 \Leftrightarrow \sqrt{2}<|a|<\sqrt{3}$.

Ответ: $-\sqrt{3}<a<-\sqrt{2}$; $\sqrt{2}<a<\sqrt{3}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	**4**
Получен верный ответ. Решение в целом верное, но либо имеет пробелы (например, не описаны необходимые свойства функции), либо содержит вычислительные ошибки	**3**

Верно рассмотрены все случаи раскрытия модулей. При составлении или решении условий на параметр допущены ошибки, в результате которых в ответе либо приобретены посторонние значения, либо часть верных значений потеряна	**2**
Хотя бы в одном из случаев раскрытия модуля составлено верное условие на параметр либо построен верный эскиз графика функции целом	**1**
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	**0**

С 6 Перед каждым из чисел 11, 12, …, 19 и 1, 2, …, 7 произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего от каждого из образовавшихся чисел первого набора отнимают каждое из образовавшихся чисел второго набора, а затем все 63 полученных результата складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

Приведём авторское решение данной задачи:

1. Если все числа первого набора взять с плюсами, а второго – с минусами, то сумма максимальна и равна

$$7\cdot(11+\ldots+19)-9\cdot(-1-\ldots-7)=7\cdot\left(\frac{11+19}{2}\cdot 9\right)+9\cdot\left(\frac{1+7}{2}\cdot 7\right)=63\cdot 19=1197.$$

2. Так как предыдущая сумма оказалась нечетной, то число нечетных слагаемых в ней – нечетно, причем это свойство всей суммы не меняется при смене знака любого ее слагаемого. Поэтому любая из получающихся сумм будет нечетной. А значит, не будет равна 0.

3. Значение 1 сумма принимает, например, при следующей расстановке знаков у чисел:

$$7\cdot(-11-12-13+14+15-16+17-18+19)-9\cdot(-1+2-3+4-5+6-7)=$$
$$=-7\cdot 5+9\cdot 4=-35+36=1.$$

Ответ: 1 и 1197.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	**4**
Ответ правилен, но недостаточно обоснован (например, не доказано, что либо сумма отлична от 0, либо что она может быть равна 1)	**3**
Верно найдено наибольшее значение суммы и доказано, что она всегда отлична от 0	**2**
Верно найдено только наибольшее значение суммы или только доказано, что она всегда отлична от 0	**1**
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	**0**

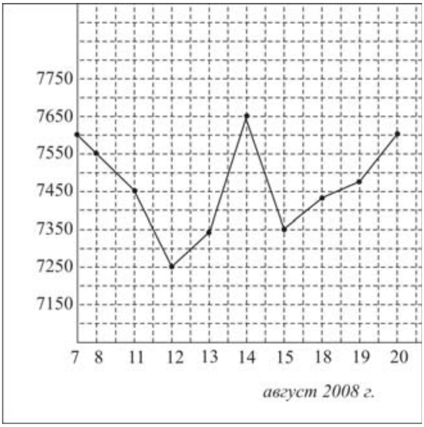
2.2. Задачи для самостоятельного решения

Вариант 1
Часть 1

*Ответом на задания **В 1 – В 12** должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

В 1 Магазин закупает цветочные горшки по оптовой цене 130 рублей за штуку. Торговая наценка составляет 20%. Какое наибольшее число таких горшков можно купить в этом магазине на 1100 рублей?

В 2 На рисунке жирными точками показана цена меди на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 7 по 20 августа 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – цена тонны меди в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена меди на момент закрытия торгов была наименьшей.

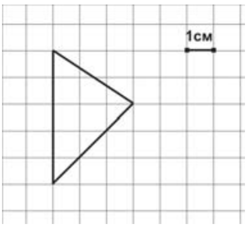


В 3 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{8-2x} = 81$.

В 4 В треугольнике ABC угол C равен 90^0, $AB = 15$, $BC = 12$. Найдите $\cos A$.

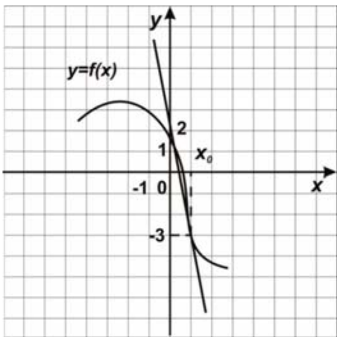
В 5 Строительной фирме нужно приобрести 60 кубометров строительного бруса. У нее три поставщика. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую покупку с доставкой? Цены и условия доставки приведены в таблице.

Поставщик	Цена бруса (рублей за 1 м^3)	Стоимость доставки (рублей)	Дополнительные условия
А	4200	9500	
Б	4700	7500	При заказе на сумму больше 150 000 рублей доставка бесплатно
В	4300	7500	При заказе на сумму больше 200 000 рублей доставка бесплатно



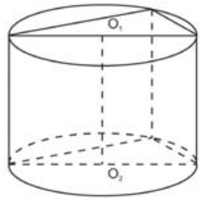
В 6 Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см$\times$ 1см (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

В 7 Найдите значение выражения $2^{5+\log_2 7}$.



В 8 На рисунке изображены функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.

В 9 Основанием прямой призмы является прямоугольный треугольник с катетами 9 и 5. Боковые ребра равны $\frac{10}{\pi}$. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.



В 10 Для одного из предприятий-монополистов зависимость объема спроса на продукцию q (единиц в месяц) от ее цены p (тыс. руб.) задается формулой: $q = 150 - 10p$. Определите максимальный уровень цены p (в тыс. руб.), при котором значение выручки предприятия за месяц $r = q \cdot p$ составит не менее 450 тыс. руб.

В 11 Найдите наибольшее значение функции $y = 10tgx - 10x + 4$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4};0\right]$.

В 12 Катер в 11:00 вышел из пункта A в пункт B, расположенный в 15 км от A. Пробыв в пункте B 1 час 20 минут, катер отправился назад и вернулся обратно в пункт A в 15:00 того же дня. Определите (в км/ч) собственную скорость катера, если известно, что скорость течения реки равна 3 км/ч.

Часть 2

*Для записи решений и ответов задания **С 1–С 6** используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение.*

С 1 Решите систему уравнений $\begin{cases} y + \cos x = 0, \\ \left(4\sqrt{\cos x} - 1\right)\left(3y + 5\right) = 0. \end{cases}$

С 2 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC известны ребра: $AB = 30\sqrt{3}$, $SC = 34$. Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой, проходящей через середины ребер AS и BC.

С 3 Решите неравенство $\log_5\left(\left(3^{-x^2} - 5\right)\left(3^{-x^2+9} - 1\right)\right) + \log_5 \frac{3^{-x^2} - 5}{3^{-x^2+9} - 1} > \log_5\left(3^{7-x^2} - 4\right)^2$.

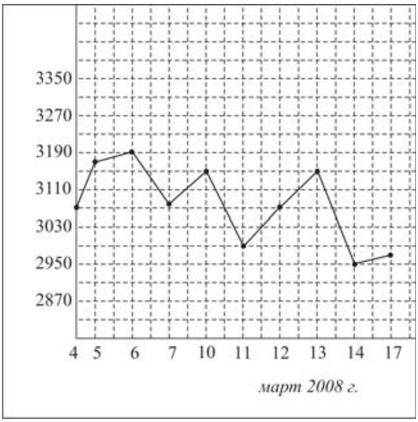
С 4 В треугольнике ABC $AB = 15$, $BC = 7$, $CA = 9$. Точка D лежит на прямой BC так, что $BD : DC = 2 : 3$. Окружности, вписанные в каждый из треугольников ADC и ADB, касаются стороны AD в точках E и F. Найдите длину отрезка EF.

С 5 Найдите все значения a, при каждом из которых функция $f(x) = x^2 - 2|x - a^2| - 8x$ имеет хотя бы одну точку максимума.

С 6 Перед каждым из чисел 6, 7, …, 10 и 12, 13, …, 18 произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего от каждого из образовавшихся чисел первого набора отнимают каждое из образовавшихся чисел второго набора, а затем все 35 полученных результата складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

Вариант 2
Часть 1

*Ответом на задания **В 1 – В 12** должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*



В 1 Тетрадь стоит 30 рублей. Какое наибольшее число таких тетрадей можно будет купить на 750 рублей после понижения цены на 5%?

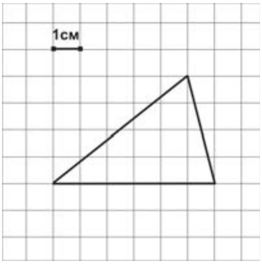
В 2 На рисунке жирными точками показана цена алюминия на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 4 по 17 марта 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – цена тонны алюминия в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа цена меди на момент закрытия торгов была наибольшей.

В 3 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{7}\right)^{5+2x} = 49$.

В 4 В треугольнике ABC угол C равен 90^0, $AB = 5$, $BC = 4$. Найдите $\cos A$.

В 5 Строительной фирме нужно приобрести 60 кубометров строительного бруса. У нее три поставщика. Сколько рублей придется заплатить за самую дешевую покупку с доставкой? Цены и условия доставки приведены в таблице.

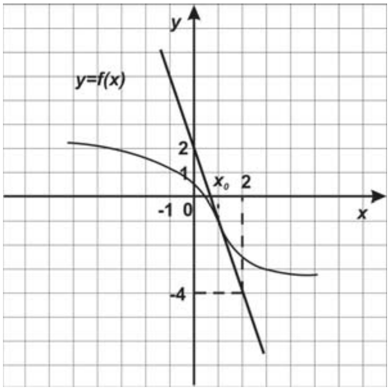
Поставщик	Цена бруса (рублей за 1 м^3)	Стоимость доставки (рублей)	Дополнительные условия
А	3900	10000	
Б	4400	8000	При заказе на сумму больше 150 000 рублей доставка бесплатно
В	4000	8500	При заказе на сумму больше 200 000 рублей доставка бесплатно



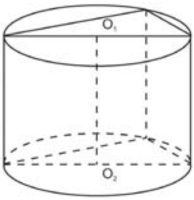
В 6 Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

В 7 Найдите значение выражения $3^{3+\log_3 7}$.

В 8 На рисунке изображены функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.



В 9 Основанием прямой призмы является прямоугольный треугольник с катетами 1 и 7. Боковые ребра равны $\frac{4}{\pi}$. Найдите объем цилиндра, описанного около этой призмы.



В 10 Для одного из предприятий-монополистов зависимость объема спроса на продукцию q (единиц в месяц) от ее цены p (тыс. руб.) задается формулой: $q = 180 - 10p$. Определите максимальный уровень цены p (в тыс. руб.), при котором значение выручки предприятия за месяц $r = q \cdot p$ составит не менее 720 тыс. руб.

В 11 Найдите наибольшее значение функции $y = 8tgx - 8x - 2\pi + 6$ на отрезке $\left[-\frac{\pi}{4}; \frac{\pi}{4}\right]$

В 12 Байдарка в 9:00 вышла из пункта A в пункт B, расположенный в 15 км от A. Пробыв в пункте B 45 минут, байдарка отправилась назад и вернулась обратно в пункт A в 16:00 того же дня. Определите (в км/ч) собственную скорость катера, если известно, что скорость течения реки равна 1 км/ч.

Часть 2

*Для записи решений и ответов задания **С 1–С 6** используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение.*

С 1 Решите систему уравнений $\begin{cases} y-\cos x=0, \\ \left(3\sqrt{\cos x}-1\right)\left(3y-45\right)=0. \end{cases}$

С 2 В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC известны ребра: $AB=45$, $SC=17\sqrt{3}$. Найдите угол, образованный плоскостью основания и прямой, проходящей через середины ребер AS и BC.

С 3 Решите неравенство $\log_5\left(\left(7^{-x^2}-3\right)\left(7^{-x^2+16}-1\right)\right)+\log_5\dfrac{7^{-x^2}-3}{7^{-x^2+16}-1}>\log_5\left(7^{7-x^2}-1\right)^2$.

С 4 В треугольнике ABC $AB=9$, $BC=5$, $CA=8$. Точка D лежит на прямой BC так, что $BD:DC=3:7$. Окружности, вписанные в каждый из треугольников ADC и ADB, касаются стороны AD в точках E и F. Найдите длину отрезка EF.

С 5 Найдите все значения a, при каждом из которых функция $f(x)=x^2-2|x-a^2|-10x$ имеет хотя бы одну точку максимума.

С 6 Перед каждым из чисел 14, 15, …, 20 и 4, 5, …, 8 произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего от каждого из образовавшихся чисел первого набора отнимают каждое из образовавшихся чисел второго набора, а затем все 35 полученных результата складывают. Какую наименьшую по модулю и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

2.3. Вариант экзаменационной работы (июль 2010 года)

Часть 1

*Ответом на задания **В 1 – В 12** должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

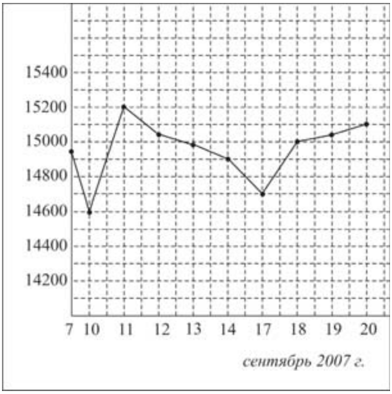
В 1 В пачке 150 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 700 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 5 недель?

Решение:

За пять недель в офисе расходуется $700\cdot 5=3500$ листов бумаги. Если в одной пачке 150 листов, то 3500 листов составляет $3500:150=\frac{3500}{150}=\frac{350}{15}=\frac{70}{3}=23\frac{1}{3}$ пачки. Таким образом, в офис на 5 недель надо купить 24 пачки бумаги.

Ответ: 24.

В 2 На рисунке жирными точками показана цена олова на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 7 по 20 сентября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – цена тонны олова в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наибольшую цену олова на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).



Решение:

Цена тонны олова в период с 7 по 20 сентября 2007 года колеблется от 14600 до 15200 долларов США. Поэтому максимальная цена тонны олова будет 15200 долларов США.

Ответ: 15200.

В 3 Найдите корень уравнения $\sqrt[3]{x-10}=-2$.

Решение:

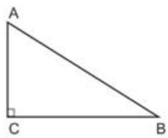
Избавимся от иррациональности в уравнении, возведя обе части равенства в куб $\left(\sqrt[3]{x-10}\right)^3=(-2)^3 \quad \Leftrightarrow \quad x-10=-8 \quad \Leftrightarrow \quad x=2$.

Ограничений на подкоренное выражение нет, поэтому $x=2$ – корень уравнения.

Ответ: 2.

В 4 В треугольнике ABC угол C равен 90^0, $\sin A=\frac{7}{8}$, $AC=\sqrt{15}$. Найдите AB.

Решение:



1.Согласно основному тригонометрическому тождеству $\sin^2\angle A+\cos^2\angle A=1$, следовательно, $\cos^2\angle A=1-\sin^2\angle A$, $\cos^2\angle A=1-\left(\frac{7}{8}\right)^2=1-\frac{49}{64}=\frac{15}{64}$, $\cos\angle A=\frac{\sqrt{15}}{8}$.

2.Используя определение косинуса угла в прямоугольном треугольнике, можем записать

$\cos\angle A=\frac{AC}{AB}$, т.е. $AB=\frac{AC}{\cos\angle A}$, следовательно, $AB=\sqrt{15}:\frac{\sqrt{15}}{8}=\sqrt{15}\cdot\frac{8}{\sqrt{15}}=8$.

Ответ: 8.

В 5 Для строительства гаража можно использовать один из двух типов фундамента: бетонный или пеноблочный. Для фундамента из пеноблоков необходимо 6 кубометров пеноблоков и 4 мешка цемента. Для бетонного фундамента необходимо 5 тонн щебня и 50 мешков цемента. Кубометр пеноблоков стоит 2300 рублей, щебень стоит 600 рублей за тонну, а мешок цемента стоит 230 рублей. Сколько рублей придется заплатить за материал, если выбрать самый дешевый вариант?

Решение:

Если гараж сделать с бетонным фундаментом, то для его строительства потребуется 5 тонн щебня по 600 рублей и 50 мешков цемента по 230 рублей. Таким образом, материал на бетонный фундамент обойдется в $5 \cdot 600 + 50 \cdot 230 = 3000 + 11500 = 14500$ (рублей).

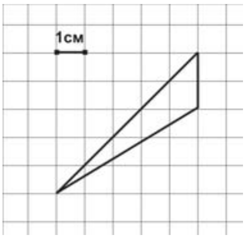
Если фундамент гаража сделать из пеноблоков, то понадобится 6 кубометров пеноблоков по 2300 рублей и 4 мешка цемента по 230 рублей. Стоимость материала для фундамента в этом случае составит $6 \cdot 2300 + 4 \cdot 230 = \; = 13800 + 920 = 14720$ (рублей).

Следовательно, наиболее дешевый вариант фундамента – бетонный, за материал для которого надо заплатить 14500 рублей.

Ответ: 14500.

В 6 Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

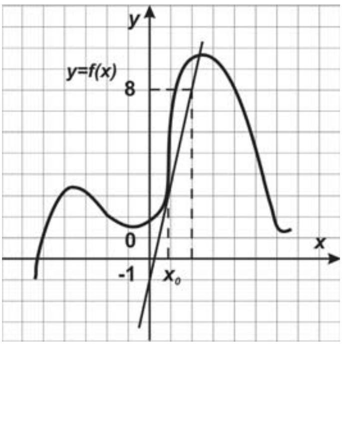
Решение:



Площадь треугольника может быть найдена, как $S_\Delta = \frac{1}{2} a \cdot h_a$, где a– сторона треугольника, h_a – высота, проведенная к этой стороне. В качестве a выберем сторону, совпадающую с разметкой клетчатой бумаги, т.е. $a = 2$, в качестве h_a – длину перпендикуляра, опущенного из противоположной вершины на эту сторону, т.е. $h_a = 5$.

Таким образом, $S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 5 = 5$ (см^2).

Ответ: 5.



В 7 Найдите значение выражения $25^{\log_5 7}$.

Решение:

Представим 25 как 5^2, воспользуемся свойствами степени $25^{\log_5 7} = \left(5^2\right)^{\log_5 7} = 5^{2\log_5 7}$.

Согласно свойствам логарифма $2\log_5 7 = \log_5 7^2 = \log_5 49$. Поэтому, применив основное логарифмическое тождество, получим $25^{\log_5 7} = 5^{\log_5 49} = 49$.

Ответ: 49.

В 8 На рисунке изображены функции $y = f(x)$ и касательная к этому графику, проведенная в точке с абсциссой x_0. Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0.

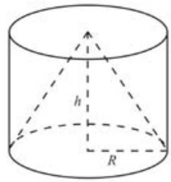
Решение:

Используем геометрический смысл производной: $f'(x_0) = tg\alpha$, где α – угол между касательной, проведенной к графику функции в точке x_0, и положительным направлением оси Ox. Из прямоугольного треугольника, катеты которого лежат на прямых $x = 2$ и $y = -1$, а гипотенуза – на касательной, находим, что $tg\alpha = \frac{9}{2} = 4{,}5$.

Итак, $f'(x_0) = 4{,}5$.

Ответ: 4,5.

В 9 Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объем цилиндра, если объем конуса равен 33.



Решение:

Объем цилиндра равен $V_ц = S_{осн} \cdot H$, объем конуса – $V_{кон} = \frac{1}{3} S_{осн} \cdot H$. Так как конус и цилиндр имеют общее основание и общую высоту, то $V_ц = 3V_{кон}$, т.е. $V_ц = 3 \cdot 33 = 99$.

Ответ: 99.

В 10 Для одного из предприятий-монополистов зависимость объема спроса на продукцию q (единиц в месяц) от ее цены p (тыс. руб.) задается формулой: $q = 120 - 10p$. Определите максимальный уровень цены p (в тыс. руб.), при котором значение выручки предприятия за месяц $r = q \cdot p$ составит не менее 350 тыс. руб.

Решение:

Из условия задачи известно, что объем спроса на продукцию предприятия-монополиста q и ее цена p связаны соотношением $q = 120 - 10p$. Размер выручки предприятия за месяц r, равный $q \cdot p$, т.е. $r = (120 - 10p) \cdot p$, не должен быть меньше 350. Поэтому можно составить неравенство, отвечающее условиям задачи.

Неравенство.

По условию задачи $p > 0$

$$(120 - 10p) \cdot p \geq 350,$$
$$(12 - p) \cdot p \geq 35,$$
$$12p - p^2 - 35 \geq 0,$$
$$p^2 - 12p + 35 \leq 0.$$

Составим и решим соответствующее квадратное уравнение

$$p^2 - 12p + 35 = 0,$$

$$D = 12^2 - 4 \cdot 1 \cdot 35 = 144 - 140 = 4,$$

$$p = \frac{12 \pm 2}{2} \quad \Rightarrow \quad p = 6 \pm 1.$$

Таким образом, корни квадратного уравнения $p_1 = 5$ и $p_2 = 7$.

Для решения неравенства отметим на числовой прямой $p = 5$ и $p = 7$, и расставим знаки выражения, стоящего в левой части последнего неравенства.

Множество точек из отрезка $[5;7]$ удовлетворяют условиям задачи. Наибольшее из них – это число 7.

Таким образом, максимальная цена за единицу продукции предприятия-монополиста – 7 тыс. руб.

Ответ: 7.

В 11 Найдите точку минимума функции $y = (x+20)e^{x-20}$.

Решение:

Найдем производную функции y:

$$y' = \left((x+20)e^{x-20}\right)' = (x+20)' \cdot e^{x-20} + (x+20) \cdot \left(e^{x-20}\right)' = 1 \cdot e^{x-20} + (x+20)e^{x-20} \cdot (x-20)' =$$

$$= e^{x-20} + (x+20)e^{x-20} \cdot (x-20)' = e^{x-20} \cdot (1 + x + 20) = e^{x-20} \cdot (x+21).$$

Выясним, при каких значениях x производная равна нулю, т.е. решим уравнение $y' = 0 \Rightarrow e^{x-20} \cdot (x+21) = 0 \Rightarrow x + 21 = 0 \Rightarrow x = -21$. При $x < -21$ производная $y' < 0$, а при $x > -21$ $y' > 0$. Значит при изменении x от $-\infty$ до -21 функция убывает, а от -21 до $+\infty$ – возрастает, следовательно, $x = -21$ является точкой минимума.

Ответ: -21.

В 12 Моторная лодка прошла против течения реки 60 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 4 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения 2 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Решение:

Пусть x км/ч – скорость моторной лодки в стоячей воде, тогда $(x-2)$ км/ч – скорость лодки против течения реки, а $(x+2)$ км/ч – по течению реки. Расстояние в 60 км против течения лодка пройдет за $\frac{60}{x-2}$ ч, а по течению за $\frac{60}{x+2}$ ч. Разность во времени на путь против и по течению составляет $\left(\frac{60}{x-2} - \frac{60}{x+2}\right)$ ч или 4 ч по условию задачи. Составим уравнение.

Уравнение.

По условию задачи $x > 0$

$$\frac{60}{x-2}-\frac{60}{x+2}=4,$$
$$\frac{15}{x-2}-\frac{15}{x+2}=1,$$
$$\frac{15(x+2)-15(x-2)}{(x-2)(x+2)}-1=0,$$
$$\frac{15x+30-15x+30-\left(x^2-4\right)}{(x-2)(x+2)}=0,$$

$$\frac{60-x^2+4}{(x-2)(x+2)}=0,$$
$$\frac{64-x^2}{(x-2)(x+2)}=0,$$
$$\begin{cases} 64-x^2=0 \\ (x-2)(x+2)\neq 0. \end{cases}$$

Из второго условия системы следует, что $x \neq 2$ и $x \neq -2$. Решим первое уравнение системы: $64-x^2=0 \Rightarrow x^2=64 \Rightarrow x=\pm 8$.

Итак, исходное уравнение равносильно следующей системе

$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=-8 \\ x=8 \end{array}\right. \\ x\neq 2 \\ x\neq -2 \end{cases}$, а, следовательно, совокупности условий $\left[\begin{array}{l} x=-8 \\ x=8 \end{array}\right.$.

Очевидно, что только $x=8$ удовлетворяет условию задачи $x>0$, значит скорость моторной лодки в неподвижной воде 8 км/ч.

Ответ: 8.

Часть 2

Для записи решений и ответов задания ***С 1–С 6*** *используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение.*

С 1 Решите систему уравнений $\begin{cases} 121^{\cos x}-2\cdot 11^{\cos x}+1=0, \\ 7^{y+4}-\sin x=0. \end{cases}$

Решение:

Первое уравнение системы, с помощью замены $11^{\cos x}=t$, где $t>0$, сводится к квадратному $t^2-2t+1=0$. Это уравнение равносильно $(t-1)^2=0$, решением которого является $t=1$. Возвращаясь к исходной переменной, получим уравнение $11^{\cos x}=1$, из которого следует, что $\cos x=0$.

Из основного тригонометрического тождества $\cos^2 x+\sin^2 x=1$ получаем, что $\sin x=\pm 1$.

Второму уравнению системы $7^{y+4}-\sin x=0$ удовлетворяет только $\sin x=1$, так как $7^{y+4}>0$ при любых значениях y. Корнем уравнения $7^{y+4}-1=0$ является $y=-4$.

Таким образом, исходная система равносильна

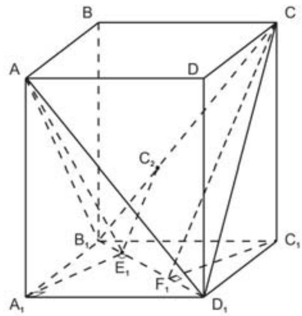
$$\begin{cases} \sin x=1, \\ y=-4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{\pi}{2}+2\pi n, n\in Z \\ y=-4. \end{cases}$$

Ответ: $\left(\frac{\pi}{2}+2\pi n; -4\right), n\in Z.$

.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	**2**
Получен ответ, но решение неверно только из-за того, что не учтены ограничения на знак или величину выражения $\cos x$ ($\sin x$)	**1**
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	**0**

С 2 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны ребра: $AB = 8$, $AD = 6$, $CC_1 = 7$. Найдите угол между плоскостями CD_1B_1 и AD_1B_1.



Решение:

1. Проведем $A_1E_1 \perp B_1D_1$ и $C_1F_1 \perp B_1D_1$, следовательно, по теореме о трех перпендикулярах $AE_1 \perp B_1D_1$ и $CF_1 \perp B_1D_1$.

2. Проведем $E_1C_2 \parallel F_1C$, тогда $\angle AE_1C_2$ – искомый, и $\angle AE_1C_2 = 180^0 - \angle AE_1A_1 - \angle CF_1C_1$.

3. Рассмотрим $\Delta B_1A_1D_1$ и $\Delta D_1C_1B_1$: $A_1D_1 = B_1C_1$, $A_1B_1 = D_1C_1$, B_1D_1 – общая. Значит $\Delta B_1A_1D_1 = \Delta D_1C_1B_1$ по трем сторонам.

4. Из равенства $\Delta B_1A_1D_1$ и $\Delta D_1C_1B_1$ следует равенство соответствующих элементов треугольников, поэтому $A_1E_1 = C_1F_1$, как высоты.

5. Из $\Delta B_1A_1D_1$, где $\angle A_1 = 90^0$, $A_1B_1 = 8$, $A_1D_1 = 6$, по теореме Пифагора, имеем:
$B_1D_1^2 = A_1B_1^2 + A_1D_1^2$, $B_1D_1^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100$, $B_1D_1 = 10$.

6. $S_{\Delta B_1A_1D_1} = \frac{1}{2}A_1B_1 \cdot A_1D_1$, $S_{\Delta B_1A_1D_1} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 6 = 24$, кроме того, $S_{\Delta B_1A_1D_1} = \frac{1}{2}B_1D_1 \cdot A_1E_1$, следовательно, $A_1E_1 = \frac{2S_{\Delta B_1A_1D_1}}{B_1D_1}$, $A_1E_1 = \frac{2\cdot 24}{10} = \frac{24}{5}$, а, значит, и $C_1F_1 = \frac{24}{5}$.

7. Из ΔAA_1E_1, где $\angle A_1 = 90^0$, по определению тангенса угла в прямоугольном треугольнике можно записать, что $tg\angle AE_1A_1 = 7 : \frac{24}{5} = 7 \cdot \frac{5}{24} = \frac{35}{24}$. Таким образом, $\angle AE_1A_1 = \angle CF_1C_1 = arctg\frac{35}{24}$.

8. $\angle AE_1C_2 = 180^0 - arctg\frac{35}{24} - arctg\frac{35}{24} = 180^0 - 2arctg\frac{35}{24}$.

Ответ: $180^0 - 2arctg\frac{35}{24}$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	**2**
Способ нахождения искомого угла верен, но получен неверный ответ или решение не закончено	**1**
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	**0**

С 3 Решите неравенство $\frac{\log_9 x - \log_{18} x}{\log_{18}(2-x) - \log_{36}(2-x)} \le \log_{36} 9$.

Решение:

Найдем область допустимых значений исходного неравенства, определяемую следующими условиями: $\begin{cases} x > 0 \\ 2 - x > 0 \\ \log_{18}(2-x) - \log_{36}(2-x) \neq 0. \end{cases}$

Решим последнее из неравенств:

$$\log_{18}(2-x) - \log_{36}(2-x) \neq 0,$$
$$\log_{18}(2-x) - \frac{\log_{18}(2-x)}{\log_{18} 36} \neq 0,$$
$$\log_{18}(2-x)\left(1 - \frac{1}{\log_{18} 36}\right) \neq 0,$$
$$\log_{18}(2-x) \neq 0,$$
$$2 - x \neq 1,$$
$$x \neq 1.$$

Записанная система условий, определяющая область допустимых значений, примет вид

$$\begin{cases} x > 0 \\ 2 - x > 0 \\ x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 2 \\ x \neq 1 \end{cases} \Rightarrow \quad x \in (0;1) \cup (1;2).$$

Преобразуем выражение, стоящее в числителе левой части исходного неравенства

$$\log_9 x - \log_{18} x = \frac{\log_3 x}{\log_3 9} - \frac{\log_3 x}{\log_3 18} = \log_3 x\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{\log_3(9\cdot 2)}\right) =$$

$$= \log_3 x\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2+\log_3 2}\right) = \log_3 x\,\frac{2+\log_3 2 - 2}{2(2+\log_3 2)} = \frac{\log_3 2 \cdot \log_3 x}{2(2+\log_3 2)}.$$

Знаменатель той же дроби может быть представлен как

$$\log_{18}(2-x) - \log_{36}(2-x) = \frac{\log_3(2-x)}{\log_3 18} - \frac{\log_3(2-x)}{\log_3 36} =$$

$$= \log_3(2-x)\left(\frac{1}{\log_3(9\cdot 2)} - \frac{1}{\log_3(9\cdot 4)}\right) =$$

$$= \log_3(2-x)\left(\frac{1}{2+\log_2 2} - \frac{1}{2+2\log_3 2}\right) =$$

$$= \log_3(2-x)\,\frac{2+2\log_3 2 - 2 - \log_3 2}{2(2+\log_3 2)(1+\log_3 2)} = \frac{\log_3 2 \cdot \log_3(2-x)}{2(2+\log_3 2)(1+\log_3 2)}.$$

Таким образом, исходное неравенство принимает вид

$$\frac{\log_3 2\cdot\log_3 x}{2(2+\log_3 2)}:\frac{\log_3 2\cdot\log_3(2-x)}{2(2+\log_3 2)(1+\log_3 2)}\le\log_{6^2}3^2,$$

$$\frac{\log_3 2\cdot\log_3 x}{2(2+\log_3 2)}\cdot\frac{2(2+\log_3 2)(1+\log_3 2)}{\log_3 2\cdot\log_3(2-x)}\le\log_6 3,$$

$$\frac{\log_3 x}{\log_3(2-x)}(1+\log_3 2)\le\frac{1}{\log_3 6},$$

$$\frac{\log_3 x}{\log_3(2-x)}(1+\log_3 2)\le\frac{1}{1+\log_3 2}.$$

Число $1+\log_3 2$ – положительное, т.к. $2>1$, а, следовательно, $\log_3 2>0$, поэтому последнее неравенство можно переписать, как

$$\frac{\log_3 x}{\log_3(2-x)}\le\left(\frac{1}{1+\log_3 2}\right)^2.$$

Выясним поведение функции $\frac{\log_3 x}{\log_3(2-x)}$ при $x\in(0;1)\cup(1;2)$.

Если $0<x<1$, то $-1<-x<0$ и $1<2-x<2$. Отсюда, в силу возрастания функции $\log_3 x$, получаем, что $\log_3 x<0$, $\log_3(2-x)>0$, а, значит, $\frac{\log_3 x}{\log_3(2-x)}<0$.

Если же $1<x<2$, то $-2<-x<-1$, $0<2-x<1$, а, следовательно, $\log_3 x>0$, $\log_3(2-x)<0$ и $\frac{\log_3 x}{\log_3(2-x)}<0$.

Это означает, что при всех $x\in(0;1)\cup(1;2)$, исходное неравенство выполняется.

Ответ: $(0;1)\cup(1;2)$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	**3**
Обоснованно получен ответ, отличающийся от верного только конечным числом точек	**2**
Полученный ответ неверен, но решение содержит переход от исходного неравенства к верным рациональным неравенствам	**1**
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	**0**

С 4 В окружности, радиус которой равен 5, проведена хорда $AB=8$. Точка C лежит на хорде AB так, что $AC:BC=1:2$. Найдите радиус окружности, касающейся данной окружности и касающейся хорды AB в точке C.

Решение:

Возможны два случая расположения вписанной окружности: центры окружностей расположены по одну или по разные стороны хорды AB (см. рис.).

1. Обозначим через O и O_1 – центры большей и меньшей окружностей, r – радиус меньшей окружности.

2. Пусть точка $D \in AB$, так что $AD = DB = 4$, тогда ΔODB – прямоугольный ($\Delta ADO = \Delta BDO$ по трем сторонам).

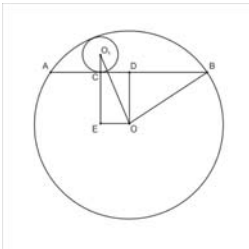


Рис.1

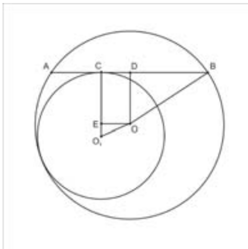


Рис. 2

3. Из ΔBDO, где $\angle D = 90^0$, $BD = 4$, $BO = 5$, по теореме Пифагора имеем: $DO^2 = BO^2 - BD^2$, $DO^2 = 5^2 - 4^2 = 25 - 16 = 9$, $DO = 3$.

4. По условию точка C делит AB так, что $AC: CB = 1: 2$ и $AB = 8$, а значит $AC = \frac{8}{3}$, $CB = \frac{16}{3}$.

5. $CD = BC - BD$, следовательно, $CD = \frac{16}{3} - 4 = \frac{4}{3}$.

6. Проведем OE так, что $OE \parallel AB$ и $E \in OC_1$, тогда ΔO_1EO – прямоугольный, причем $EO = \frac{4}{3}$, $OO_1 = 5 - r$.

В первом случае (рис. 1): $O_1E = 3 + r$ и согласно теореме Пифагора $OO_1^2 = O_1E^2 + EO^2$. Составим и решим уравнение:

$$(5 - r)^2 = (3 + r)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2,$$

$$25 - 10r + r^2 = 9 + 6r + r^2 + \frac{16}{9},$$

$$6r + 10r = 25 - 9 - \frac{16}{9},$$

$$16r = 16 - \frac{16}{9},$$

$$r = 1 - \frac{1}{9},$$

$$r = \frac{8}{9}.$$

Во втором случае (рис. 2): $O_1E = r - 3$ и равенство $OO_1^2 = O_1E^2 + EO^2$ принимает вид:

$$(5 - r)^2 = (r - 3)^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2,$$

$$25-10r+r^2=r^2-6r+9+\frac{16}{9},$$
$$10r-6r=25-9-\frac{16}{9},$$
$$4r=16-\frac{16}{9},$$
$$r=4-\frac{4}{9},$$
$$r=\frac{36-4}{9},$$
$$r=\frac{32}{9}.$$

Ответ: $\frac{8}{9}$ *или* $\frac{32}{9}$.

Содержание критерия	Баллы
Рассмотрены все возможные геометрические конфигурации и получен правильный ответ	**3**
Рассмотрена хотя бы одна возможная конфигурация, для которой получено правильное значение искомой величины	**2**
Рассмотрена хотя бы одна возможная геометрическая конфигурация, для которой получено значение искомой величины, неправильное из-за арифметической ошибки	**1**
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	**0**

С 5 Найдите все значения a, при каждом из которых любая прямая, перпендикулярная оси ординат, имеет нечетное число общих точек с графиком функции $f(x)=(2a-3)x-(x+3)|x-a|$.

Приведём авторское решение данной задачи:

1. Функция f имеет вид:

   а) при $x\ge a$: $f(x)=(2a-3)x-(x+3)(x-a)=-x^2+(3a-6)x+3a$, поэтому ее график есть часть параболы с ветвями, направленными вниз, и осью симметрии $x=\frac{3}{2}a-3$;

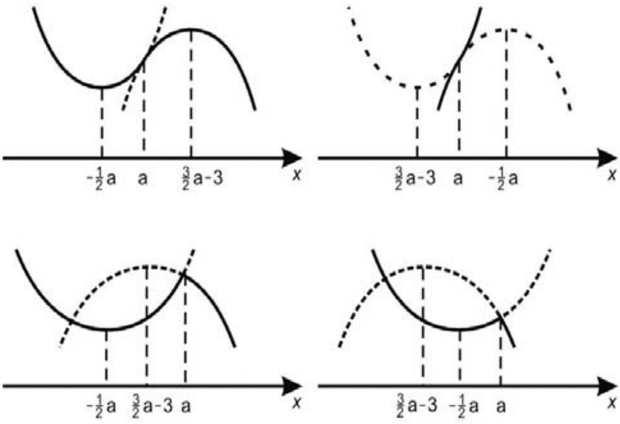
   б) при $x\le a$: $f(x)=(2a-3)x+(x+3)(x-a)=x^2+ax-3a$, поэтому ее график есть часть параболы с ветвями, направленными вверх, и осью симметрии $x=-\frac{1}{2}a$.

   Все возможные виды графика функции $f(x)$ показаны на рисунках:

2. График функции $f(x)$ состоит из двух частей парабол. Любая горизонтальная прямая пересекает этот график в нечетном числе точек тогда и только тогда, когда функция монотонна на всей числовой прямой.
3. На левом промежутке монотонности функция $f(x)$ убывает. Значит, она должна убывать на всей числовой прямой. Поэтому вершины парабол, описанные в пунктах *а)* и *б)*, не должны принадлежать графику функции

$f(x)$ или могут находиться в точке «склейки» парабол. Это возможно тогда и только тогда, когда

$$\frac{3}{2}a - 3 \le a \le -\frac{1}{2}a \quad \Leftrightarrow \quad \begin{cases} a \le 6, \\ 3a \le 0 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \quad a \le 0.$$



Ответ: $a \le 0$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	**4**
Получен верный ответ. Решение в целом верное, но либо имеет пробелы (например, не описаны необходимые свойства функции), либо содержит вычислительные ошибки	**3**
Верно рассмотрены все случаи раскрытия модулей. При составлении или решении условий на параметр допущены ошибки, в результате которых в ответе либо приобретены посторонние значения, либо часть верных значений потеряна	**2**
Хотя бы в одном из случаев раскрытия модуля составлено верное условие на параметр либо построен верный эскиз графика функции целом	**1**
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	**0**

С 6 Найдите все тройки натуральных чисел k, m и n, удовлетворяющие уравнению $5 \cdot k! = m! - n!$ $(1! = 1;\ 2! = 1 \cdot 2;\ n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n)$.

Приведём авторское решение данной задачи:

1. Так как $m! = 5 \cdot k! + n!$, $n < m$ и $k < m$.

2. Пусть $k \le n$, тогда $6 \cdot n! \ge 5 \cdot k! + n! = m! \ge (n+1) \cdot n!$, откуда $6 \ge n + 1$ и $k \le n \le 5$.

3. Пусть $k > n$, тогда $6 \cdot k! \ge 5 \cdot k! + n! = m! \ge (k+1) \cdot k!$, откуда $6 \ge k + 1$ и $n < k \le 5$.

4. Далее конечным перебором значений $1 \le n \le 5$, $1 \le k \le 5$ находим все решения.

Ответ: $k = n = 1$, $m = 3$; $k = n = 5$, $m = 6$.

Содержание критерия	Баллы
Обоснованно получен правильный ответ	**4**
Ответ правилен, конечность перебора обоснована. Однако при переборе допущены арифметические ошибки или пробелы	**3**
Ответ правилен и получен конечным перебором. Однако конечность перебора не обоснована	**2**
Приведен хотя бы один из правильных наборов и проверено, что при подстановке в уравнение получается верное числовое равенство	**1**
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	**0**

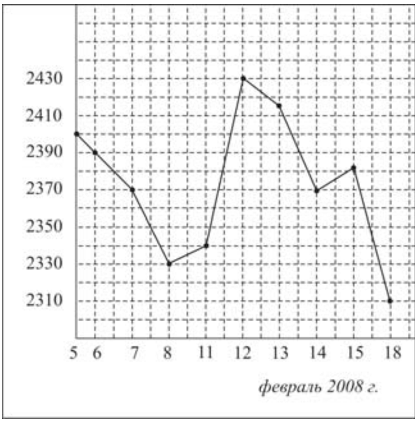
2.4. Задачи для самостоятельного решения

Вариант 1
Часть 1

*Ответом на задания **В 1 – В 12** должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

В 1 В пачке 250 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 600 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 9 недель?

В 2 На рисунке жирными точками показана цена цинка на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 5 по 18 февраля 2008 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – цена тонны цинка в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку наименьшую цену цинка на момент закрытия торгов в период с 6 по 15 февраля (в долларах США за тонну).

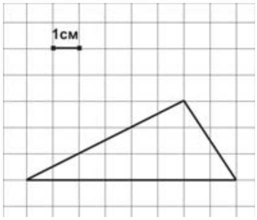


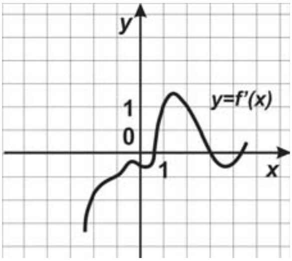
В 3 Найдите корень уравнения $\sqrt{2x+5}=7$.

В 4 В треугольнике ABC угол C равен 90^0, $\sin A=\frac{7}{8}$, $AC=\sqrt{15}$. Найдите AB.

В 5 Для строительства гаража можно использовать один из двух типов фундамента: бетонный или пеноблочный. Для фундамента из пеноблоков необходимо 2 кубометра пеноблоков и 3 мешка цемента. Для бетонного фундамента необходимо 2 тонны щебня и 20 мешков цемента. Кубометр пеноблоков стоит 2250 рублей, щебень стоит 560 рублей за тонну, а мешок цемента стоит 200 рублей. Сколько рублей придется заплатить за материал, если выбрать самый дешевый вариант?

B 6 Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см× 1 см (см. рисунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

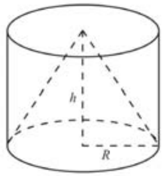




B 7 Найдите значение выражения $64^{\log_4 5}$.

B 8 На рисунке изображен график производной функции f. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна прямой $y = -x + 2$ или совпадает с ней.

B 9 Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объем цилиндра, если объем конуса равен 78.



B 10 Для одного из предприятий-монополистов зависимость объема спроса на продукцию q (единиц в месяц) от ее цены p (тыс. руб.) задается формулой: $q = 40 - 5p$. Определите максимальный уровень цены p (в тыс. руб.), при котором значение выручки предприятия за месяц $r = q \cdot p$ составит не менее 75 тыс. руб.

B 11 Найдите точку максимума функции $y = (12 - x)e^{x+12}$.

B 12 От пристани A к пристани B, расстояние между которыми 240 км, отправился с постоянной скоростью первый теплоход, а через 1 час после этого следом за ним со скоростью на 1 км/ч большей отправился второй. Найдите скорость первого теплохода, если в пункт B оба теплохода прибыли одновременно. Ответ дайте в км/ч.

Часть 2

*Для записи решений и ответов задания **С 1–С 6** используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение.*

C 1 Решите систему уравнений $\begin{cases} 36^{\cos x} - 2 \cdot 6^{\cos x} + 1 = 0, \\ 4^{y-5} + \sin x = 0. \end{cases}$

C 2 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны ребра: $AB = 8$, $AD = 6$, $CC_1 = 6$. Найдите угол между плоскостями CD_1B_1 и AD_1B_1.

С 3 Решите неравенство $\dfrac{\log_9(2-x)-\log_{15}(2-x)}{\log_{15}x-\log_{25}x} \le \log_{25}9$.

С 4 В окружности, радиус которой равен 80, проведена хорда $AB = 96$. Точка C лежит на хорде AB так, что $AC:BC = 1:3$. Найдите радиус окружности, касающейся данной окружности и касающейся хорды AB в точке C.

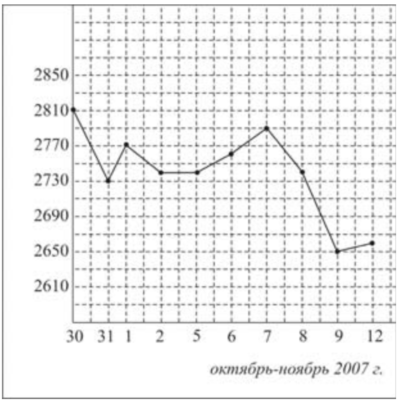
С 5 Найдите все значения a, при каждом из которых любая прямая, перпендикулярная оси ординат, имеет нечетное число общих точек с графиком функции $f(x) = (3a+2)x-(x-1)|x-a|$.

С 6 Найдите все тройки натуральных чисел k, m и n, удовлетворяющие уравнению $k! = 3\cdot m! + 6\cdot n!$ ($1! = 1$; $2! = 1\cdot 2$; $n! = 1\cdot 2\cdot\ldots\cdot n$).

Вариант 2
Часть 1

*Ответом на задания **В 1 – В 12** должно быть целое число или конечная десятичная дробь. Ответ следует записать в бланк ответов № 1 справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки. Каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами. Единицы измерений писать не нужно.*

В 1 В пачке 250 листов бумаги формата А4. За неделю в офисе расходуется 1400 листов. Какое наименьшее количество пачек бумаги нужно купить в офис на 6 недель?

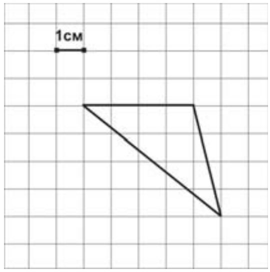


В 2 На рисунке жирными точками показана цена цинка на момент закрытия биржевых торгов во все рабочие дни с 30 октября по 12 ноября 2007 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали – цена тонны цинка в долларах США. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей ценой цинка на момент закрытия торгов в указанный период (в долларах США за тонну).

В 3 Найдите корень уравнения $\sqrt{5x-4} = 6$.

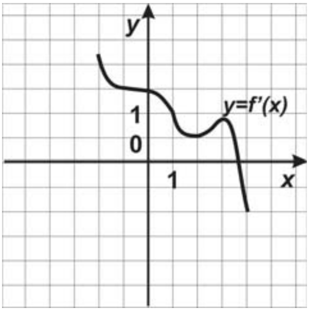
В 4 В треугольнике ABC угол C равен 90^0, $\sin A = \dfrac{5}{6}$, $AC = \sqrt{11}$. Найдите AB.

В 5 Для строительства гаража можно использовать один из двух типов фундамента: бетонный или пеноблочный. Для фундамента из пеноблоков необходимо 3 кубометра пеноблоков и 4 мешка цемента. Для бетонного фундамента необходимо 3 тонны щебня и 30 мешков цемента. Кубометр пеноблоков стоит 2400 рублей, щебень стоит 720 рублей за тонну, а мешок цемента стоит 200 рублей. Сколько рублей придется заплатить за материал, если выбрать самый дешевый вариант?



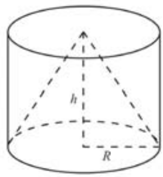
В 6 Найдите площадь треугольника, изображенного на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см$\times$ 1 см (см. р исунок). Ответ дайте в квадратных сантиметрах.

В 7 Найдите значение выражения $49^{\log_7 12}$.



В 8 На рисунке изображен график производной функции f. Найдите абсциссу точки, в которой касательная к графику $y = f(x)$ параллельна прямой $y = 2x + 7$ или совпадает с ней.

В 9 Цилиндр и конус имеют общее основание и общую высоту. Вычислите объем цилиндра, если объем конуса равен 15.



В 10 Для одного из предприятий-монополистов зависимость объема спроса на продукцию q (единиц в месяц) от ее цены p (тыс. руб.) задается формулой: $q = 50 - 10p$. Определите максимальный уровень цены p (в тыс. руб.), при котором значение выручки предприятия за месяц $r = q \cdot p$ составит не менее 60 тыс. руб.

В 11 Найдите точку минимума функции $y = (x+14)e^{14-x}$.

В 12 Моторная лодка прошла против течения реки 99 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 2 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения 1 км/ч. Ответ дайте в км/ч.

Часть 2

*Для записи решений и ответов задания **С 1–С 6** используйте бланк ответов № 2. Запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение.*

С 1 Решите систему уравнений $\begin{cases} 25^{\sin x} - 2\cdot 5^{\sin x} + 1 = 0, \\ 2^{y-7} - \cos x = 0. \end{cases}$

С 2 В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$ известны ребра: $AB = 5$, $AD = 12$, $CC_1 = 7$. Найдите угол между плоскостями CD_1B_1 и AD_1B_1.

С 3 Решите неравенство $\dfrac{\log_{25} x - \log_{35} x}{\log_{35}(2-x) - \log_{49}(2-x)} \le \log_{49} 25$.

С 4 В окружности, радиус которой равен 10, проведена хорда $AB = 96$. Точка C лежит на хорде AB так, что $AC : BC = 1:3$. Найдите радиус окружности, касающейся данной окружности и касающейся хорды AB в точке C.

С 5 Найдите все значения a, при каждом из которых любая прямая, перпендикулярная оси ординат, имеет нечетное число общих точек с графиком функции $f(x) = (3a-2)x - (x+-1)|x-a|$.

С 6 Найдите все тройки натуральных чисел k, m и n, удовлетворяющие уравнению $2 \cdot k! = m! - 2 \cdot n!$ $(1! = 1;\ 2! = 1 \cdot 2;\ n! = 1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot n)$.

ЛИТЕРАТУРА

I. Нормативные документы

1. Закон Российской Федерации «Об образовании» (в редакции Федерального закона от 9 февраля 2007 г. № 17 – ФЗ) // Ведомости Съезда народных депутатов Российской Федерации и Верховного Совета Российской Федерации. – 1992. - № 30; Собрание законодательства Российской Федерации. – 1996. - №3; 2007. - №7.

2. Приказ Минобрнауки России от 28.11.2008 г. № 362 «Об утверждении Положения о формах и порядке проведения государственной (итоговой) аттестации обучающихся, освоивших основные общеобразовательные программы среднего (полного) общего образования».

3. Приказ Минобрнауки России от 26.03.2010 № 699 «Об утверждении сроков, единого расписания, формы и продолжительности проведения государственного выпускного экзамена по русскому языку и математике в 2010 году».

4. Приказ департамента образования администрации Владимирской области от 03.03. 2010 г. № 118 «Об утверждении состава конфликтной комиссии и предметных комиссий ЕГЭ и ГВЭ ГЭК Владимирской области в 2010 году».

5. Распоряжение Рособрнадзора от 15.06.2010 № 1646 -10 «Об установлении минимального количества баллов единого государственного экзамена по математике, подтверждающего освоение основных общеобразовательных программ среднего (полного) общего образования в 2010 году»

6. Федеральный компонент государственного стандарта общего образования. Математика (Приказ Минобразования России № 1089 от 05.03.2004 г.).

II. Учебные пособия для подготовки к ЕГЭ

Учебные пособия, разработанные специалистами ФИПИ

1. ЕГЭ-2009. Математика: сборник экзаменационных заданий. Федеральный банк экзаменационных материалов./ ФИПИ авторы составители: Л.О.Денищева, А.Р.Рязановский, П.В.Семенов, И.Н.Сергеев - М.: Эксмо, 2009.

2. Единый государственный экзамен 2009. Математика. Универсальные материалы для подготовки учащихся/ ФИПИ авторы составители: Ю.А.Глазков, Л.О.Денищева, Г.А.Краснянская, А.Р.Рязановский, П.В.Семенов - М.: Интеллект-Центр, 2009.

3. Единый государственный экзамен 2010. Математика. Учебно-тренировочные материалы для подготовки учащихся / ФИПИ авторы-составители: Ященко И.В., Семенов А.Л., Высоцкий И.Р., Гущин Д.Д., Захаров П.И., Панферов В.С., Посицельский С.Е., Семенов А.В., Семенова М.А., Сергеев И.Н., Смирнов В.А., Шестаков С.А., Шноль Д.Э. - М.: Интеллект-Центр, 2009.

4. ЕГЭ-2010: Математика / ФИПИ авторы-составители: Ященко И.В., Семенов А.Л., Высоцкий И.Р., Гущин Д.Д., Захаров П.И., Панферов В.С., Посицельский С.Е., Семенов А.В., Семенова М.А., Сергеев И.Н., Смирнов В.А., Шестаков С.А., Шноль Д.Э.- М.: Астрель, 2009.

5. ЕГЭ 2010. Математика. Типовые тестовые задания / И.Р.Высоцкий, Д.Д.Гущин, П.И.Захаров и др.; под ред. А.Л.Семенова, И.В.Ященко. – М.: Издательство «Экзамен», 2010. – 55 с.

6. Отличник ЕГЭ. Математика. Решение сложных задач / ФИПИ авторы составители: Панферов В.С., Сергеев И.Н. - М.: Интеллект-Центр, 2010.

7. Самое полное издание типовых вариантов реальных заданий ЕГЭ. 2009. Математика/ ФИПИ авторы составители: В.И.Ишина, Л.О.Денищева, Е.М.Бойченко- М.: Астрель, 2009

8. Самое полное издание типовых вариантов реальных заданий ЕГЭ: 2010: Математика /авторы-составители: И.Р.Высоцкий, Д.Д.Гущин, П.И.Захаров и др.; под ред. А.Л.Семенова, И.В.Ященко - М.: АСТ: Астрель, 2010. – 93 с.

Учебные пособия с грифом "Допущено ФИПИ к использованию в учебном процессе в образовательных учреждениях"

1. ЕГЭ. Математика: Раздаточный материал тренировочных тестов /Никушкина С.Л., Судавная О.И. СПб.: Тригон, 2008.

2. Единый государственный экзамен: Математика: Контрольные измерительные материалы: Репетиционная сессия 3. / Л.О.Денищева, Е.М.Бойченко, А.Р.Резановский, П.М.Камаев, Глазков Ю.А. - М.: Вентана-Граф, 2007.

3. Математика. ЕГЭ - 2010. Учебно-тренировочные тесты/ под редакцией Ф.Ф. Лысенко. Ростов-на-Дону: Легион, 2010.

4. Математика. ЕГЭ: сборник заданий и методических рекомендаций/ Глазков Ю.А., Вашавский И.К., Гаиашвили М.Я.-М.: Издательство «Экзамен», 2007. (Серия «ЕГЭ. Задачник»)

5. Математика: Тренировочные задания тестовой формы с развернутым ответом: Рабочая тетрадь для учащихся общеобразовательных учреждений /Гусева Н.Н., Ионова Е.С., Федотова Л.В., Шуваева Е.А. - М.: Вентана-Граф, 2008 (Практикум по подготовке к ЕГЭ).

6. Математика: Тренировочные задания тестовой формы с кратким ответом: Рабочая тетрадь для учащихся общеобразовательных учреждений", автор Н.П.Левченко. - М: Вентана-Граф, 2008

7. Математика. Интенсивный курс подготовки к единому государственному экзамену / С.И.Колесникова. - 5-е изд. - М.: Айрис-пресс, 2007. - (Серия «Домашний репетитор: Подготовка к ЕГЭ»)

8. Экзамен по математике. Теория. Задачи. Решения. Ответы. (Функции и графики) /В.Л.Шагин, А.В.Соколов - М.: Вита-Пресс, 2007.

9. Семенов П.В. Алгебра и начала анализа: учебн. пособие / П.В.Семенов. – М.: Мнемозина, 2007. – 263 с. – (ЕГЭ: шаг за шагом).

10. Ященко И.В., Шестаков С.А., Захаров П.И. Подготовка к ЕГЭ по математике в 2010 г. Методические указания. – М.: МЦНМО, 2009. – 128с.

Примечание: Ежегодно, данные издания пополняются и изменяются, в связи с изменениями контрольно-измерительных материалов для проведения государственной (итоговой) аттестации по математике как за курс средней (полной) школы (см. сайт Федерального института педагогических измерений - htpp://www.fipi.ru) .

Интернет-ресурсы

1. Демонстрационные варианты по математике, размещенные на сайтах: www.fipi.ru, http://www.mioo.ru.
2. Портал информационной поддержки ЕГЭ: www.ege.edu.ru.
3. Сайт Федерального института педагогических измерений www.fipi.ru.
4. Центр подготовки к ЕГЭ при ООО «Алсени» http: //egehelp.ru (занимается современными технологиями в области образования и организует тренинг по подготовке выпускников к ЕГЭ по математике и русскому языку).
5. Открытый банк заданий: http://www.mathege.ru.
6. ЕГЭ по математики. МИОО. Диагностические работы по математике: http://www.ege2010.mioo.ru

Приложение 1

Обобщенный план контрольных измерительных материалов ЕГЭ 2010 г. по МАТЕМАТИКЕ

Обозначение заданий в работе и бланке ответов: В – задания с кратким ответом, С – задания с развернутым ответом.
Уровни сложности задания: Б – базовый, П – повышенный, В – высокий.

№ п/п	Обозначение задания в работе	Проверяемые требования (умения)	Коды проверяемых требований (умений) (по КТ)	Кода проверяемых элементов содержания (по КЭС)	Уровень сложности задания	Макс. балл за выполнение задания	Примерное время выполнения задания, учащимся, изучавшим математику на базовом уровне	Примерное время выполнения задания, учащимся, изучавшим математику на профильном уровне
1	В 1	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	6.1	1.1.1, 1.1.3, 2.1.12	Б	1	5	2
2	В 2	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и в повседневной жизни	3.1, 6.2	3.1-3.3, 6.2.1	Б	1	5	2
3	В 3	Уметь решать уравнения и неравенства	2.1	2.1	Б	1	8	3
4	В 4	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.1, 1.2, 1.3	5.1.1, 5.5.1, 1.1, 1.2, 1.4	Б	1	10	3
5	В 5	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	6.2, 6.3	1.4.1, 2.1.12, 6.2.1	Б	1	15	7
6	В 6	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.1, 5.2	5.1.-5.1.4, 5.5.5	Б	1	14	5
7	В 7	Уметь выполнять вычисления и преобразования	1.1-1.3	1.1-1.4	Б	1	10	3

8	В 8	Уметь выполнять действия с функциями	3.1-3.3	4.1, 4.2	Б	1	14	5
9	В 9	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.2	5.2-5.5	Б	1	25	5
10	В10	Уметь использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни	6.2, 6.3	2.1, 2.2	Б	1	22	10
11	В11	Уметь выполнять действия с функциями	3.2, 3.3	4.1, 4.2	Б	1	20	10
12	В12	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	5.1	2.1, 2.2	Б	1	22	10
13	С 1	Уметь решать уравнения и неравенства	2.1-2.3	2.1, 2.2	П	2	30	20
14	С 2	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.2, 4.3	5.2-5.6	П	2	40	25
15	С 3	Уметь решать уравнения и неравенства	2.3	2.1, 2.2	П	3	-	30
16	С 4	Уметь выполнять действия с геометрическими фигурами, координатами и векторами	4.1	5.1	П	3	-	30
17	С 5	Уметь решать уравнения и неравенства	2.1-2.3	2.1, 2.2, 3.2, 3.3	В	4	-	30
18	С 6	Уметь строить и исследовать простейшие математические модели	5.1, 5.3	1.1-1.4	В	4	-	40

Приложение 2

Подготовка учащихся к выполнению геометрических заданий ЕГЭ по математике

Единый государственный экзамен по математике Единый государственный экзамен по математике в 11 классе средней школы не только осуществляет контроль за качеством обучения школьников, полученными ими знаниями, выработанными умениями и навыками, сформированными компетенциями. Содержание и форма проведения экзамена задают ориентиры всего математического образования, влияют на отбор содержания, выбор форм и методов обучения.

Непропорциональное преобладание в экзаменационных работах алгебраических задач над геометрическими приводит к тому, что существенно больше внимания при подготовке к экзамену уделяется именно алгебре в ущерб геометрии. Это не только снижает уровень геометрического образования школьников, но и создает неравные условия для учащихся с более развитыми геометрическими способностями.

Включение в экзаменационные работы задач, для решения которых требуется длительная специальная подготовка, приводит к тому, что последние месяцы перед экзаменом, а иногда и весь одиннадцатый класс, школьники не занимаются по учебникам математики, а вынуждены решать задачи, предлагаемые в различных пособиях, якобы готовящих к успешной сдаче экзамена. Конечно, это снижает общий уровень школьного математического образования.

Необходимость повышения доли геометрии в содержании Единого государственного экзамена обусловлена той ролью, которую играет геометрия в науке и образовании в современном обществе.

На протяжении всей истории человечества геометрия служила источником развития не только математики, но и многих других наук. Именно в ней появились первые теоремы и доказательства. Сами законы математического мышления формировались с помощью геометрии.

Многие геометрические задачи способствовали появлению новых научных направлений. Наоборот, решение многих научных проблем получено с использованием геометрических методов. В частности:

- задача об измерении длины отрезков привела к открытию Пифагором несоизмеримых отрезков и в дальнейшем к построению действительных чисел;
- задачи об измерении длины окружности, площади круга, объемов шара и пирамиды привели древнегреческих ученых к понятию предела и заложили основы интегрального исчисления;
- задачи нахождения уравнения касательной к кривой и вычисления площади криволинейной трапеции привели Г.Лейбница и И.Ньютона к созданию дифференциального и интегрального исчисления;
- геометрические методы изображения пространственных фигур стали фундаментом живописи, изобразительного искусства;
- задача о нахождении орбит космических тел оказалась связанной и была решена с помощью конических сечений;

- современные представления о Вселенной описываются на языке геометрии с помощью понятия многообразия.

- задача Эйлера о кенигсбергских мостах положила начало нового направления геометрии – теории графов;

- функциональный анализ, один из современных разделов математического анализа, опирается на понятие бесконечномерного линейного пространства, обобщающего понятие евклидова пространства;

- одно из основных понятий современной алгебры – понятие группы, возникло на основе геометрических понятий симметрии и движения. Группы симметрий играют важную роль не только в математике, но и физике, химии, биологии, кристаллографии и других науках;

- разработка методов решения задач оптимального управления стала возможной благодаря развитию геометрических методов, в том числе теории многогранников;

- в последние десятилетия активно развивается алгебраическая геометрия – раздел математики, изучающий алгебраические структуры геометрическими методами. В частности, решение проблемы Ферма было недавно получено с использованием глубоких геометрических методов;

- в последние годы, в связи с развитием компьютерной техники, возникло и успешно развивается новое направление геометрии – компьютерная геометрия, применения которой охватывают все большее число сфер человеческой деятельности: архитектура, машиностроение, медицина, геология, космос и др .

Вообще современная наука и ее приложения немыслимы без геометрии и ее разделов, таких как топология, дифференциальная геометрия, алгебраическая геометрия, компьютерная геометрия и др.

Неоценим вклад геометрии в образование подрастающего поколения, развитие мышления, воображения, исследовательских способностей школьников.

Об этом говорили многие видные ученые – педагоги и математики. Так, Н.Ф.Четверухин подчеркивал важность развития пространственных представлений для всех учащихся вне зависимости от направления их дальнейшего образования и выбора будущей профессии. «Хорошее пространственное воображение нужно конструктору, создающему новые машины, геологу, разведывающему недра земли, архитектору, сооружающему здания современных городов, хирургу, производящему тончайшие операции среди кровеносных сосудов и нервных волокон, скульптору, художнику и т.д.». (Геометрические характеристики причины трудности узнавания фигур на чертеже //Математика в школе. – 1965. - № 4. – С.13).

А.Д.Александров, говоря о целях преподавания геометрии, указывал, что «особенность геометрии, выделяющая ее среди других наук вообще, состоит в том, что в ней самая строгая логика соединена с наглядным представлением. Геометрия в своей сущности и есть такое соединение живого воображения и строгой логики, в котором они взаимодействуют и дополняют друг друга». (О геометрии //Математика в школе. – 1980. - № 3. – С.56).

В.Г.Болтянский в статье «Математическая культура и эстетика» (Математика в школе. - 1982. - № 2. - С.40.) говорил о том, что природа геометрии предоставляет богатые возможности для воспитания у школьников эстетического чувства красоты в самом широком значении этого слова. Красота геометрии заключается в ее проявлениях в живой природе, архитектуре, живописи, декоративно-прикладном искусстве, строительстве и т.д., а также в смелых, оригинальных, нестандартных доказательствах, выводах и решениях.

Отечественной школой накоплен уникальный опыт преподавания геометрии. Несмотря на то, что в последние годы в преподавании геометрии в школе стали накапливаться отрицательные тенденции, тем не менее, общий уровень нашего школьного геометрического образования все еще остается выше, чем во многих других странах. Это дает несомненное преимущество нашим школьникам, участвующим в международных математических олимпиадах, сказывается на качестве математического образования студентов и аспирантов, позволяет нашим ученым успешно конкурировать с зарубежными коллегами. Неслучайно, что последние яркие достижения в области математики связаны с именами российских ученых-геометров – Г.Перельманом, решившим проблему Пуанкаре, М.Громовым, получившим Абелевскую премию и др.

Сегодня важнейшей задачей школьного математического образования является привлечение внимания школьников и учителей к геометрии, понимание необходимости систематических занятий геометрией, развивающих мышление и пространственные представления. Только такие занятия могут дать необходимое качество математического образования школьников, позволят им не только подготовиться к успешной сдаче экзамена, но и заложат основу для дальнейшей творческой жизни.

Отметим особенности геометрических задач, отбираемых для включения в ЕГЭ по математике.

1. Увеличение роли наглядности. К каждой задаче дается рисунок, позволяющий лучше понять условие, представить соответствующую геометрическую ситуацию, наметить план решения, при необходимости провести дополнительные построения и вычисления.

2. Увеличение роли конструктивных умений учащихся. Включение задач, в которых требуется не только выполнить вычисления, но и провести построения искомых геометрических фигур.

3. Увеличение доли геометрических задач с практической направленностью. Включение задач на нахождение геометрических величин для фигур, нарисованных на клетчатой бумаге или расположенных на координатной плоскости, задач на нахождение объемов и площадей поверхностей пространственных фигур с элементами практической направленности.

Приложение 3

Некоторые советы школьникам при подготовке к ЕГЭ по математике

Для того, чтобы получить школьный аттестат, выпускнику необходимо сдать два обязательных экзамена в форме ЕГЭ – русский язык и математику. По каждому из них нужно набрать количество баллов, превышающее минимальный порог, который устанавливается Рособрнадзором по итогам сдачи предмета. Минимальное количество баллов по предмету будет определено в течение 6-8 дней после экзамена.

Структура экзаменационной работы. Экзаменационная работа состоит из двух частей и содержит 18 заданий.

Часть 1 (В 1-В 12) содержит 12 заданий базового уровня, требующих краткого ответа. Ответ надо записать в виде целого числа или конечной десятичной дроби. Часть 2 (С 1-С 6) содержит 6 заданий повышенной сложности. При их выполнении надо записать полное решение и ответ.

Рекомендации по выполнению работы. На выполнение экзаменационной работы по математике дается 4 часа (240 минут). Для записи решений и ответов на задания Части 1 (В 1–В 12) используйте бланк ответов №1:

- ответом на задания должно быть целое число или конечная десятичная дробь;
- ответ следует записать справа от номера выполняемого задания, начиная с первой клеточки;
- каждую цифру, знак минус и запятую пишите в отдельной клеточке в соответствии с приведенными в бланке образцами;
- единицы измерений писать не нужно.

Имейте в виду, что Часть 1 проверяется с помощью компьютера. Поэтому следите за правильным оформлением ответов. Для записи решений и ответов на задания Части 2 (С 1-С 6) используйте бланк ответов №2:

- запишите сначала номер выполняемого задания, а затем полное обоснованное решение и ответ;
- методы решения, формы его записи и формы записи ответа могут быть разными;
- решение должно быть математически грамотным, полным, все возможные случаи должны быть рассмотрены, из него должен быть понятен ход рассуждений учащегося;
- должно быть записано полное обоснованное решение задачи и ответ.

Часть 2 проверяют эксперты. Они определяют математическое содержание представленного решения, а особенности записи не учитывают. Максимальное число баллов выставляется за решение, в котором правильный ответ обоснован.

Особенности экзаменационной работы.Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у Вас останется время.

Дать ответы на Часть 1, которая является общеобразовательной, необходимо будем всем выпускникам школ. Существенная часть примеров в базовой части предполагает проверку того, как человек научился выполнять алгоритмизированные действия и делать выводы.

Часть 2 предназначена для сдающих математику в качестве вступительного экзамена и ориентирована на требования вузов. Эти задания относятся к повышенному и высокому уровню сложности. Имейте в виду, что в некоторые вузы имеет смысл поступать, только если у Вас есть особые способности к математике. Поэтому в Части 2 есть задания, рассчитанные на нестандартное мышление.

Оценка экзаменационной работы. Правильный ответ в зависимости от сложности каждого задания оценивается одним или несколькими баллами. Баллы, полученные за все выполненные задания, суммируются. Постарайтесь выполнить как можно больше заданий и набрать как можно больше баллов:

- правильное решение каждого из заданий В 1-В 12 Части 1 приносит 1 первичный балл,
- полное правильное решение заданий С 1 и С 2 оценивается 2 баллами,
- полное правильное решение каждого из заданий С 3 и С 4 оценивается 3 баллами,
- полное правильное решение каждого из заданий С 5 и С 6 оценивается 4 баллами,
- проверка выполнения заданий Части 2 проводится экспертами на основе специально разработанной системы критериев.

Результаты проходят статистическую обработку в Федеральном центре тестирования и преобразуются в тестовый балл. Максимальное количество первичных баллов – 30. 30 первичных баллов соответствуют 100 тестовым баллам. Общие требования к выставлению баллов не исчерпывают всех возможных ситуаций. Например:

- правильный ответ при отсутствии текста решения оценивается в 0 баллов,
- при выполнении задания экзаменуемый может использовать без доказательства и ссылок любые математические факты, содержащиеся в учебниках и учебных пособиях, входящих в Федеральный перечень учебников, рекомендованных (допущенных) Министерством образования и науки Российской Федерации.

Как подготовиться к ЕГЭ по математике. Задания к ЕГЭ по математике – контрольные измерительные материалы (КИМ) – разработаны специалистами ФИПИ на основе школьной программы. Поэтому можно готовиться по тем учебникам, по которым Вы учились в школе, консультируясь со своим учителем математики.

Не сдав один из двух обязательных ЕГЭ, т.е. получив баллы ниже установленного минимума, выпускник вправе один раз попытаться его пересдать. Сделать это можно в специальные резервные дни в текущем году. Другие участники ЕГЭ смогут пересдать экзамен только в следующем.